PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Pola elektryczne i magnetyczne

Zadania z rozwiązaniami

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 1

Cząstka alfa (jądro atomu helu) ma masę $m = 6.64*10^{27}$kg i ładunek $q = 2e = 3.2*10^{-19}$C. Jaki jest wartość stosunku siły odpychania elektrostatycznego między dwiema cząstkami alfa do siły przyciągania grawitacyjnego między nimi.

Wartość siły odpychania elektrostatycznego wynosi: $F_e = k\frac{q^2}{r^2}$

Z kolei wartość siły przyciągania grawitacyjnego dana jest równaniem: $F_g = G\frac{m^2}{r^2}$

Obliczając stosunek obu wartości mamy:

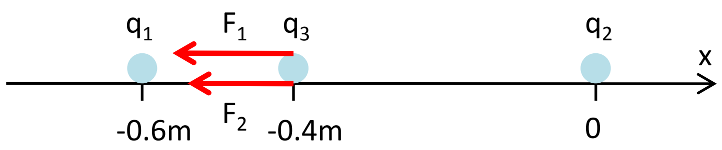
$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{G}\frac{q^2}{m^2} = \frac{9\cdot 10^9 Nm^2/C^2}{6.67\cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2}\frac{\left(3.2\cdot 10^{-19} C\right)^2}{\left(6.64\cdot 10^{-27} kg\right)^2} = 3.1\cdot 10^{35}$$

Powyższy wynik pokazuje, że siła oddziaływania grawitacyjnego jest dla cząstek o rozmiarach rzędu rozmiaru atomu pomijalnie mała w porównaniu z siłą oddziaływania elektrostatycznego.
W przypadku ciał o dużych rozmiarach (takich jak człowiek lub planeta) ilość ładunków dodatnich jest równa ilości ładunków ujemnych, co powoduje, że oddziaływanie elektrostatyczne jest o wiele słabsze od oddziaływania grawitacyjnego.

Zadanie 2

Trzy ładunki punktowe umieszczono na osi współrzędnych x w taki sposób, że ładunek q_1=-1.5nC jest w x=-0.6m, q_2=+3.2nC jest w środku układu współrzędnych (x=0). Jaka jest wartość i zwrot całkowitej siły wywieranej przez te ładunki na ładunek q_3=+5nC jest w x=-0.4m

Ładunki rozmieszczone są w następujący sposób:



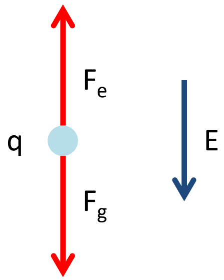
Siły F_1 i F_2 to siły działające na ładunek q_3 i pochodzące odpowiednio od ładunków q_1 i q_2. Zwroty tych sił wynikają ze znaków ładunków (ładunki q_1 i q_3 są różnoimienne więc się przyciągają, ładunki q_2 i q_3 są jednoimienne więc się odpychają) . Jak wynika z rysunku zwrot wypadkowej siły działającej na q_3 jest skierowany w lewo. Wartość tej siły jest sumą wartości sił F_1 i F_2, które możemy wyznaczyć obliczając odległości pomiędzy ładunkami q_1 i q_3 (0.2m) oraz q_3 i q2 (0.4m):

$$F = F_1 + F_2 = k\frac{1.5\cdot 5(nC)^2}{(0.2m)^2} + \frac{3.2\cdot 5(nC)^2}{(0.4m)^2} = 1.685\cdot 10^{-6}\,N + 8.988\cdot 10^{-7}\,N = 2.58\cdot 10^{-6}\,N$$

Zadanie 3

Jaki ładunek powinna mieć cząstka o masie 5g umieszona w polu elektrycznym o natężeniu 1000 V/m skierowanym pionowo w dół, aby cząstka pozostawała w spoczynku

W opisanej sytuacji na cząstkę działają dwie siły: siła ciężkości i siła elektrostatyczna o takim samym kierunku , takiej samej wartości i przeciwnych zwrotach. Aby siła elektrostatyczna była skierowana pionowo do góry, ładunek musi mieć znak ujemny.



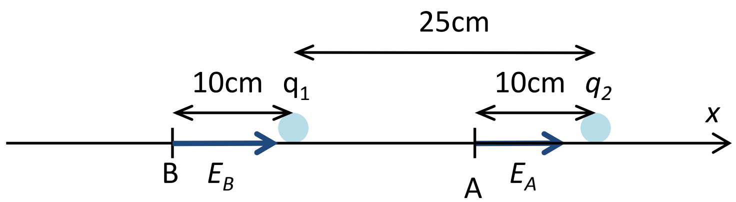
Ponieważ F_e=qE wartość ładunku q możemy obliczyć z równowagi sił:

$$|q| = \frac{mg}{E} = \frac{5 \cdot 10^{-3} kg \cdot 9.81 m/s^2}{1000 V/m} = 4.91 \cdot 10^{-5} C$$

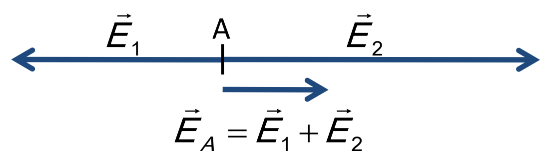
Szukany ładunek wynosi więc q=49.1μC.

Zadanie 4

Dwa ładunki punktowe q_1 = -6.25nC i q_2 = -12.5nC umieszczone są w odległości 25 cm od siebie. Znajdź wartość, kierunek i zwrot wektora natężenia pola elektrycznego w punkcie A oraz w punkcie B.



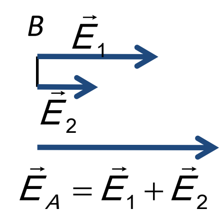
Wektor natężenia pola w punkcie A jest sumą wektorową natężeń pola E_1 i E_2 pochodzących od ładunków q_1 i q_2. Punkt A jest oddalony o 15cm od ładunku q_1 i o 10cm od ładunku q_2. Wektory E pochodzące od ładunku ujemnego są skierowane do ładunku, więc suma wektorowa E_1 i E_2 w punkcie A wygląda następująco:



Podstawiając odpowiednie wartości do wyrażeń na E_1 i E_2 otrzymujemy:

$$\left|\vec{E}_A\right| = \left|\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right| = E_2 - E_1 = k\frac{(-12.5nC)}{(0.1m)^2} - k\frac{(-6.25nC)}{(0.15m)^2} = 8.74 \cdot 10^3 V/m$$

W przypadku punktu B suma wektorowa wygląda następująco:

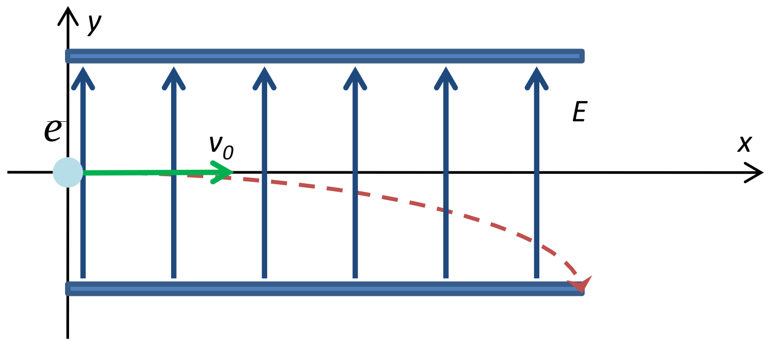


Analogiczne do powyższych obliczania prowadzą do wyniku:

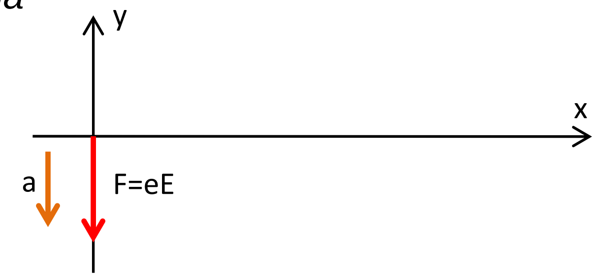
$$\left|\vec{E}_B\right| = \left|\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right| = E_1 + E_2 = k\frac{(-6.25nC)^2}{(0.1m)^2} + k\frac{(-12.5nC)^2}{(0.35m)^2} = 6.54 \cdot 10^3 V/m$$

Zadanie 5

Elektron wpada z prędkością $v_0 = 1.6 \cdot 10^6$ m/s w obszar jednorodnego pola E wytwarzanego przez dwie równoległe, naładowane płyty o długości 2cm i odległe od siebie o 1cm. Elektron wpada w obszar pola w punkcie znajdującym się dokładnie w środku pomiędzy płytami. Wiedząc, że elektron przeleciał tuż przy krawędzi dolnej płyty wyznacz wartość natężenia pola w obszarze pomiędzy płytami. Ładunek i masę elektronu traktujemy jako dane.



Podczas ruchu w obszarze między płytami elektron doświadcza działania siły związanej z polem elektrycznym. Siła ta ma taki sam kierunek jak pole *E*, a jej wartość wynosi $F = eE$. Ponieważ ładunek elektronu jest ujemny, siła F ma zwrot przeciwny niż E, czyli jest skierowana pionowo w dół. Jest to jednocześnie jedyna siła działająca na elektron. Możemy więc stwierdzić, że wzdłuż osi *OX* elektron porusza się ruchem jednostajnym z prędkością początkową (czyli v_0), natomiast wzdłuż osi *OY* ruchem jednostajnie przyspieszonym. Wartość przyspieszenia wynika z drugiej zasady dynamiki Newtona: $F = ma$



Dla składowej *x* możemy napisać wyrażenia na przyspieszenie, prędkość i położenie:

$$a_x = 0$$

$$v_x = v_0$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a_x t^2 = v_0 t$$

W rozważanym przypadku $x - x_0$ jest daną równą długości płyty, możemy więc z powyższych równań wyznaczyć czas lotu elektronu t:

$$t = \frac{x - x_0}{v_0}$$

W tym czasie elektron przebywa $y - y_0$ wzdłuż osi *OY*

$$t = \frac{x - x_0}{v_0}, v_{0y} = 0, a_y = ?$$

$$y - y_0 = v_{0y} + \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} a_y t^2$$

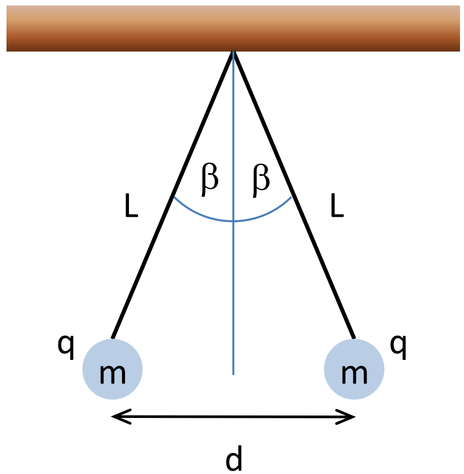
$$a_y = \frac{2(y - y_0) v_0^2}{(x - x_0)^2} = \frac{2 \cdot (-0.005m) \cdot (1.6 \cdot 10^6 m/s)^2}{(0.02m)^2} = -6.4 \cdot 10^{15} m/s^2$$

Wartość przyspieszenie jest ujemna, co zgodnie z oczekiwaniami oznacza, że jest ono skierowane w dół (przeciwnie do zwrotu osi OY). Zauważmy, że wartość przyspieszenie jest o wiele większa niż wartość przyspieszenia ziemskiego, co usprawiedliwia zaniedbanie efektów działania siły ciężkości. Znając przyspieszenie możemy ostatecznie wyznaczyć poszukiwaną wartość natężenia pola E:

$$E = \frac{m|a_y|}{e} = \frac{(9.11 \cdot 10^{-31} kg)(6.40 \cdot 10^{15} m/s^2)}{1.60 \cdot 10^{-19} C} = 3.644 \cdot 10^4 V/m$$

Zadanie 6

Dwie identyczne, naładowane ładunkiem q i posiadające masę m kulki zostały zawieszone w polu grawitacyjnym na niciach o długości L (patrz rysunek). Zakładając, że kąt θ jest mały, znajdź wyrażenie opisujące odległość między kulkami gdy układ pozostaje w równowadze.



Warunek równowagi układu kulek oznacza, że siły działające na każdą z nich równoważą się. Siłami tymi są siła ciężkości F_g, siła naciągu nici F_N oraz siła elektrostatyczna F_e. Rysując siły w układzie współrzędnych i rozkładając siłę naciągu nici na składowe możemy zapisać warunek równowagi dla każdej składowej:

$$\sum F_x = F_{Nx} - F_e = F_N \sin\theta - F_e = 0$$

$$\sum F_y = F_{Ny} - F_g = F_N \cos\theta - mg = 0$$

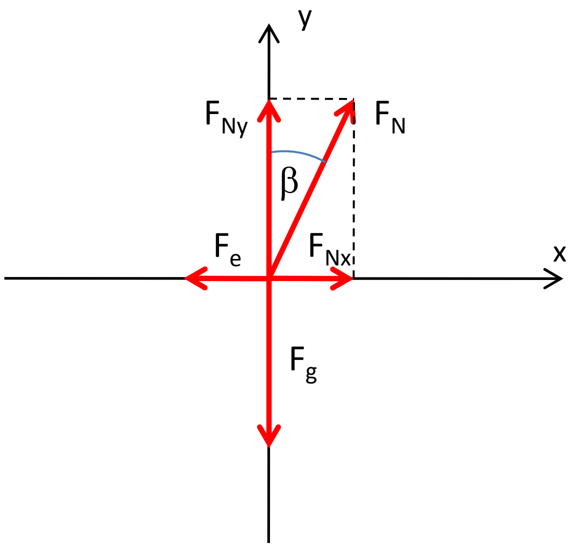
Wartość siły elektrostatycznej F_e dana jest równaniem: $F_e = k\dfrac{q^2}{d^2}$

Z warunków równowagi mamy: $\dfrac{mg\sin\theta}{\cos\theta} = mg\tan\theta = F_e = k\dfrac{q^2}{d^2}$

Ponieważ dla małych kątów $\tan\theta \approx \sin\theta = d/2L$ możemy powyższe równanie zapisać jako:

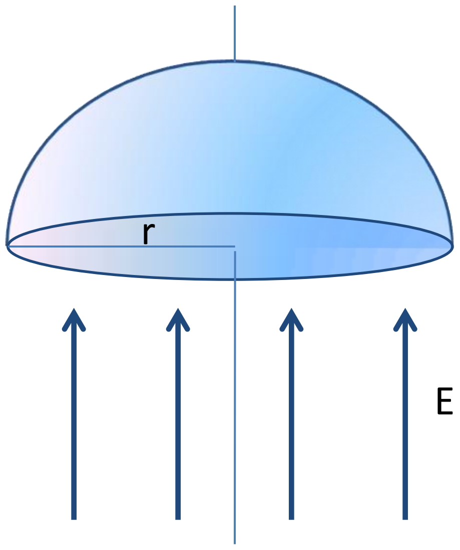
$$\frac{mgd}{2L} = k\frac{q^2}{d^2}$$

z którego wynika wyrażenie na d: $d = \left(\dfrac{2kLq^2}{mg}\right)^{1/3}$



Zadanie 7

Powierzchnia półsferyczna o promieniu r jest umieszczona w jednorodnym polu E w taki sposób, że jej oś symetrii pokrywa się z kierunkiem pola. Oblicz strumień Φ pola E przez powierzchnię półsferyczną.



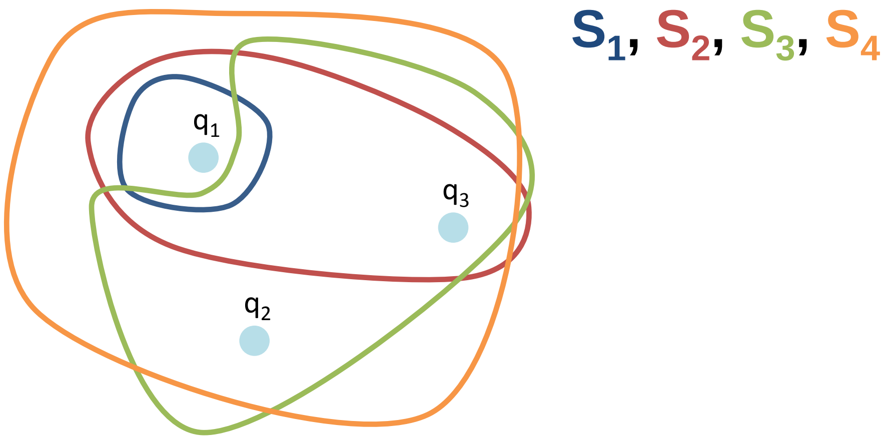
Problem łatwo rozwiązać, jeśli zauważymy, że strumień przez powierzchnię półsfery jest równy strumieniowi przez powierzchnię koła o takim samym promieniu będącego podstawą półsfery. Dzieje się tak dlatego, że każdy wektor przechodzący przez powierzchnię półsfery przechodzi jednocześnie przez wspominane koło. Ponieważ powierzchnia okręgu jest w każdym punkcie prostopadła do kierunku wektora E wyrażenie na strumień jest po prostu iloczynem natężenia pola E i pola powierzchni okręgu A:

$$\Phi = E \cdot A = E\pi r^2$$

Warto zauważyć, że powyższe rozwiązanie jest prawdziwe również gdy półsferę zastąpimy inną, dowolną powierzchnią rozpiętą na prostopadłym do kierunku pola E okręgu.

Zadanie 8

Trzy kulki mają ładunki q_1=2.5nC, q_2=-1nC q_3=-1.5nC. Znajdź wypadkowy strumień pola E przez każdą z powierzchni zamkniętych zaznaczonych na rysunku.



Z prawa Gaussa wynika, że wypadkowy strumień pola E przez powierzchnie zamkniętą jest z dokładnością do stałej równy całkowitemu ładunkowi zamkniętemu tą powierzchnią.
Powierzchnia S_1 zamyka jedynie ładunek q_1, więc strumień pola E przez tą powierzchnię wynosi:

$$\Phi_1 = q_1 / \varepsilon_0 = \left(2.5 \cdot 10^{-9} C\right) / \left(8.85 \cdot 10^{-12} F/m\right) = 282 Vm$$

Dla trzech pozostałych powierzchni mamy:

$$\Phi_2 = \left(q_1 + q_2\right) / \varepsilon_0 = \left(2.5 \cdot 10^{-9} - 1 \cdot 10^{-9}\right) C / \left(8.85 \cdot 10^{-12} F/m\right) = 169 Vm$$

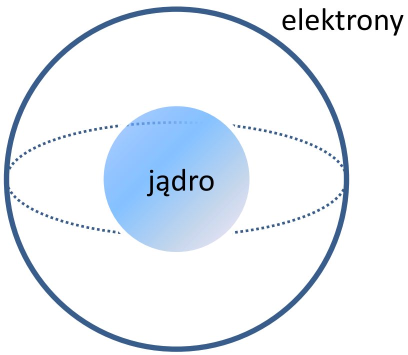
$$\Phi_3 = \left(q_2 + q_3\right) / \varepsilon_0 = \left(-1 \cdot 10^{-9} - 1.5 \cdot 10^{-9}\right) C / \left(8.85 \cdot 10^{-12} F/m\right) = -282 Vm$$

$$\Phi_4 = \left(q_1 + q_2 + q_3\right) / \varepsilon_0 = \left(2.5 \cdot 10^{-9} - 1 \cdot 10^{-9} - 1.5 \cdot 10^{-9}\right) C / \left(8.85 \cdot 10^{-12} F/m\right) = 0 Vm$$

Zadanie 9

Jądro atomu uranu zawierające 92 protony może być traktowane jako jednorodnie naładowana kula. Promień jądra atomu uranu wynosi w przybliżeniu 7.4·10^{-15}m. Jakie jest natężenie pola E tuż przy powierzchni jądra, a jakie w miejscu gdzie znajdują się elektrony tzn. w odległości 1·10^{-10}m? Jeśli elektrony potraktujemy jako sferyczną powłokę o ładunku ujemnym to jakie pole elektryczne wytwarzają elektrony w miejscu gdzie znajduje się jądro?

Zadanie możemy rozwiązać stosując twierdzenie Gaussa. Aby znaleźć natężenie pola tuż przy powierzchni jądra atomowego wybieramy jako powierzchnię Gaussa powierzchnię sferyczna współśrodkową z jądrem i o promieniu równym promieniowi jądra. Zgodnie z twierdzeniem Gaussa strumień pola E przez tą powierzchnię jest równy z dokładnością do stałej całkowitemu ładunkowi zamkniętemu powierzchnią, czyli w naszym przypadku całkowitemu ładunkowi jądra:



$$\Phi = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_0} = \frac{92 \cdot 1.60 \cdot 10^{-19} C}{8.85 \cdot 10^{-12} F/m} = 1.66 \cdot 10^{-6} Vm$$

Z drugiej strony, strumień ten jest równy iloczynowi natężenia pola E na powierzchni Gaussa i pola tej powierzchni:

$$\Phi = E 4\pi r^2 = \frac{Q_{wew}}{\varepsilon_0}$$ z czego wynika, że:

$$E = \frac{Q_{wew}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{92 \cdot 1.60 \cdot 10^{-19} C}{\left(4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} F/m\right) \cdot \left(7.4 \cdot 10^{-15} m\right)^2} = 2.4 \cdot 10^{21} V/m$$

Wyznaczając natężenie pola E w miejscu gdzie znajdują się elektrony posłużymy się analogicznym rozumowaniem, z tym że promień powierzchni Gaussa będzie wynosił teraz $1 \cdot 10^{-10}$m.

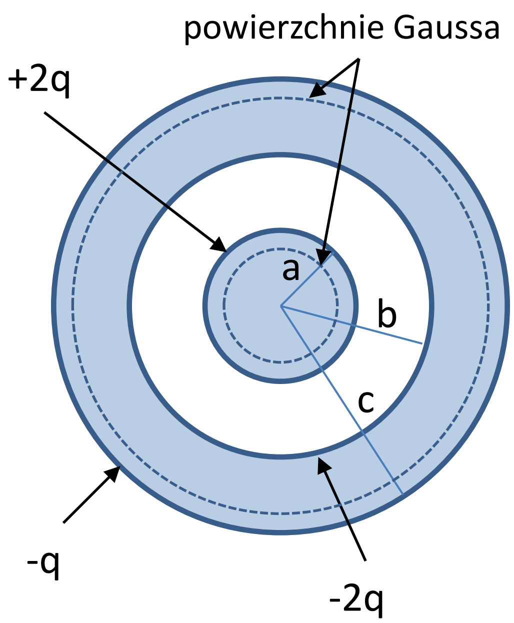
$$E = \frac{Q_{wew}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{92 \cdot 1.60 \cdot 10^{-19} C}{\left(4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} F/m\right) \cdot \left(1.0 \cdot 10^{-10} m\right)^2} = 1.3 \cdot 10^{13} V/m$$

Aby znaleźć natężenie pola pochodzącego od elektronów w punkcie gdzie znajduje się jądro wystarczy zauważyć, że wybierając dowolną powierzchnię sferyczną nie zawierającą elektronów otrzymujemy zerową wartość strumienia, a tym samym zerowe natężenie pola E. Tak więc natężenie pola elektrycznego pochodzącego od elektronów wynosi zero zarówno w punkcie gdzie znajduje się jądro, jak i w każdym innym punkcie zamkniętym sferyczną powłoką tworzoną przez elektrony.

Zadanie 10

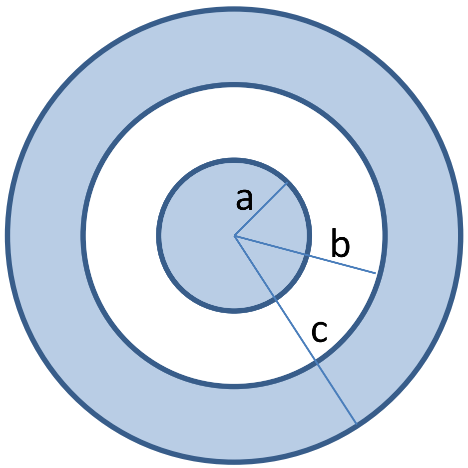
Metalowa kula o promieniu a zawiera całkowity ładunek +2q. Kula znajduje się wewnątrz metalowej powłoki sferycznej o promieniu wewnętrznym b i zewnętrznym c. Całkowity ładunek powłoki sferycznej wynosi -3q. Znajdź rozkład ładunku w układzie.

Zadanie to możemy rozwiązać stosując prawo Gaussa i pamiętając o braku pola wewnątrz przewodnika.
Wybierając jako powierzchnię Gaussa powierzchnię sferyczna o promieniu r<a (rysunek) nie otaczamy żadnego ładunku ponieważ jest on zgromadzony zawsze na powierzchni przewodnika (r=a). Ponieważ ładunek zamknięty taką powierzchnią wynosi zero, więc i natężenie pola wewnątrz kuli będzie zerowe. Całkowity ładunek kuli wynoszący +2q jest więc zgromadzony na powierzchni kuli. Wewnątrz metalowej powłoki sferycznej pole elektryczne jest, jak zawsze wewnątrz przewodnika, zerowe. Z prawa Gaussa wynika, że skoro pole jest elektryczne znika wewnątrz powłoki, to sferyczna powierzchna Gaussa o b<r<c (rysunek) zamyka całkowity ładunek równy zero. Wiedząc o tym możemy zauważyć, że ładunek zgromadzony na wewnętrznej powierzchni powłoki musi mieć taką samą wartość i przeciwny znak niż ładunek kuli. Oznacza to, że na wewnętrznej powierzchni kuli zgromadzi się ładunek -2q. Z treści zadania wynika, że całkowity ładunek powłoki sferycznej wynosi -3q. Brakujący do całkowitego bilansu ładunek -q może znajdować się jedynie na zewnętrznej powierzchni powłoki.



Zadanie 11

Metalowa kula o promieniu a zawiera całkowity ładunek +q. Kula znajduje się wewnątrz metalowej powłoki sferycznej o promieniu wewnętrznym b i zewnętrznym c. Całkowity ładunek powłoki sferycznej wynosi zero. Znajdź zależność natężenia pola elektrycznego w funkcji odległości od środka kuli r dla następujących przypadków $r<a$, $a<r<b$, $b<r<c$, $r>c$



Zadanie możemy rozwiązać stosując twierdzenie Gaussa i pamiętając o tym, że ładunek elektryczny jest zawsze zgromadzony na powierzchni przewodnika (metalu) a natężenie pola E wewnątrz przewodnika wynosi zero.
Środkowa kula zawiera ładunek q i ładunek ten jest zgromadzony na powierzchni kuli. Wybieramy jako powierzchnie Gaussa sferę o promieniu $r<a$. Ponieważ cały ładunek znajduje się na powierzchni kuli, powierzchnia Gaussa zawiera zerowy ładunek z czego wynika bezpośrednio, że natężenia pola E=0 dla $r<a$.
Wybierając powierzchnię Gaussa o promieniu $a<r<b$ otaczamy nią ładunek kuli czyli +q, tak więc zapisując prawo Gaussa mamy:

$$\Phi = E4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{z czego:} \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{dla } a<r<b$$

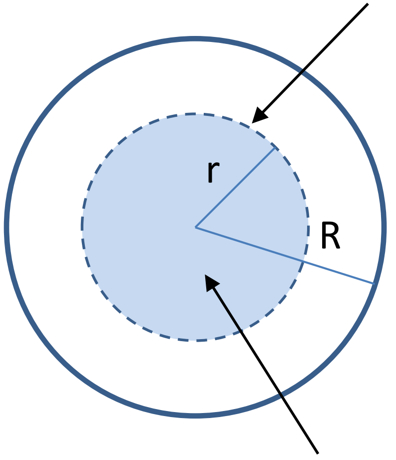
Powierzchnia o promieniu z zakresu $b<r<c$ jest zawarta w metalowej powłoce sferycznej. Wiedząc, że wewnątrz przewodnika nie istnieje pole E możemy napisać: E=0 dla $b<r<c$.
Stosując prawo Gaussa dla powierzchni o $r>c$ otaczamy nią całkowity ładunek układu, który jest ładunkiem kuli oraz ładunkiem powłoki sferycznej. Ponieważ ładunek kuli wynosi q a ładunek powłoki wynosi 0 wiec sumaryczny ładunek układu wynosi q. Zapisując prawo Gaussa mamy:

$$\Phi = E4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{z czego:} \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{dla } r>c$$

Zadanie 12

Kula o promieniu R wykonana z dielektryka (izolatora) jest naładowana jednorodnie z objętościową gęstością ładunku ρ. Korzystając z prawa Gaussa znajdź zależność natężenia pola elektrycznego od odległości od środka kuli oraz wykonaj wykres otrzymanej zależności.

Problem można podzielić rozpatrując oddzielnie dwa przypadki: wewnątrz (r<R) i na zewnątrz kuli (r>R).
Rozpatrzmy pierwszy z powyższych przypadków. Jako powierzchnię Gaussa wybieramy powierzchnię sfery (rysunek) której promień r<R. Prawo Gaussa głosi, że strumień pola E przez tą powierzchnię jest z dokładnością do stałej równy całkowitemu ładunkowi zamkniętemu powierzchnią. Strumień można łatwo obliczyć mnożąc natężenia pola E przez pole powierzchni sfery:



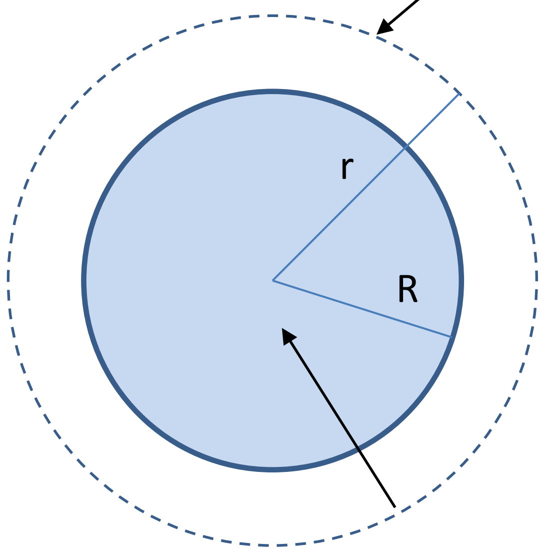
$$\Phi = E 4\pi r^2$$

W przypadku dielektryka ładunek jest rozmieszczony w całej objętości kuli, a nie na powierzchni jak w przypadku przewodników. Powierzchnia Gaussa o r<R nie zamyka jednak całego ładunku jaki zawiera sfera, ale tylko jego część. Ilość ładunku zamkniętego powierzchnią Gaussa możemy obliczyć mnożąc gęstość objętościową ładunku ρ i objętość sfery o promieniu r:

$$Q_{wew} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

Z prawa Gaussa mamy więc: $E 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3$ z czego otrzymujemy: $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$ dla r<R.

Dla drugiego przypadku (r>R), czyli na zewnątrz kuli rozumowanie przebiega analogicznie jak poprzednio, z tą różnicą, że powierzchnia Gaussa o r>R zamyka całkowity ładunek który zawiera kula. Ładunek ten jest równy iloczynowi gęstości objętościowej ładunku ρ i objętości kuli:



$$Q_{wew} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

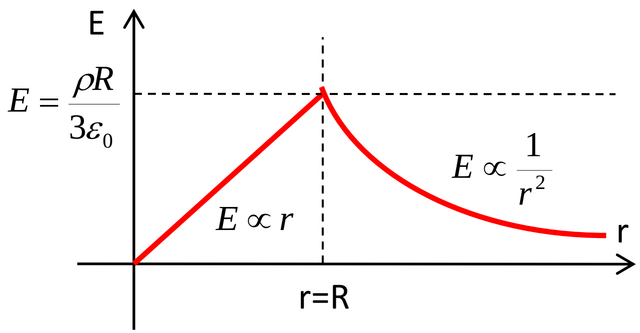
Stosując prawo Gaussa mamy:

$$\Phi = E 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\frac{4}{3}\pi R^3$$

Wyrażenie na E dla przypadku gdy r>R ma więc postać:

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2}$$

Warto zauważyć, że wyrażenia na E dla r<R i dla r>R są równoważne gdy r=R: $E = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}$



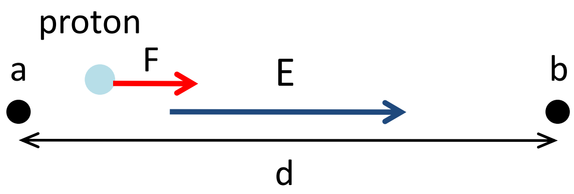
Wykres szukanej zależności E(r)

<u>Zadanie 13</u>

Proton porusza się w akceleratorze liniowym po prostej a punktu a do punktu b odległych od siebie d=1m. Pole elektryczne jest na długości d jednorodne, ma wartość E=2.5·10^{-7} V/m i jest skierowane z punktu a do punktu b. Oblicz siłę działającą na proton, pracę wykonaną przez pole nad protonem oraz różnicę potencjałów pomiędzy punktami a i b.

Siłę działającą na proton w polu elektrycznym możemy obliczyć mnożąc natężenie pola przez ładunek protonu:

$$F = q_p E = 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot 2.5 \cdot 10^{-7} V/m = 4 \cdot 10^{-12} N$$



Ponieważ wektor stałej siły i przemieszczenia mają taki sam kierunek i taki sam zwrot, więc praca wykonana przez pole elektryczne jest dodatnia i dana iloczynem wartości siły i przemieszczenia:

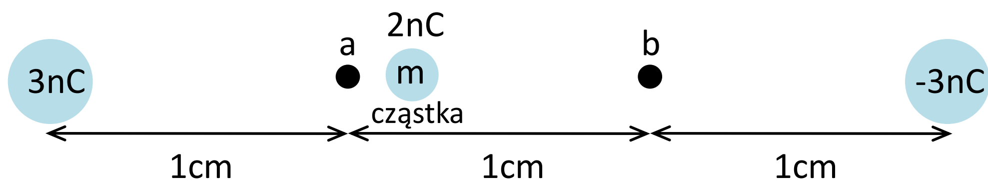
$$W_{ab} = Fd = 4 \cdot 10^{-12} N \cdot 1m = 4 \cdot 10^{-12} J$$

Różnicę potencjałów można wyznaczyć obliczając stosunek różnicy energii potencjalnych protonu w punktach a i b (równą pracy wykonanej przez pole) do ładunku protonu:

$$\Delta V_{ab} = V_a - V_b = \frac{W_{ab}}{q_p} = \frac{4 \cdot 10^{-12} J}{1.6 \cdot 10^{-19} C} = 2.5 \cdot 10^7 J/C = 2.5 \cdot 10^7 V$$

Zadanie 14

Cząsteczka o masie $m=5\mu g$ i ładunku $q=2nC$ porusza się między dwoma ładunkami +3nC i -3nC od punktu a do b po linii prostej (patrz rysunek). Odległość pomiędzy ładunkami wynosi 3cm a między punktami a i b 1cm. W chwili początkowej cząstka spoczywała w punkcie a. Jakim ruchem będzie poruszać się cząstka i jaka będzie jej prędkość gdy dotrze ona do punktu b?



Ponieważ w układzie działają jedynie siły zachowawcze, możemy zastosować zasadę zachowania energii (sumy energii kinetycznej E_k i potencjalnej E_p) dla punktów a i b:

$$E_{ka} + E_{pa} = E_{kb} + E_{pb}$$

Z treści zadania wynika, że $E_{ka}=0$ ponieważ prędkość cząstki w punkcie a wynosiła zero. Z kolei $E_{kb}=1/2mv^2$ gdzie v jest szukaną prędkością cząstki w punkcie b. Aby wyznaczać E_{kb}, a tym samym prędkość v, należy obliczyć wartości energii potencjalnych E_{pa} i E_{pb}. Energie te są związane z wartościami potencjałów elektrycznych V_a i V_b w punktach a i b przez równania:

$$E_{pa} = V_a q$$

$$E_{pb} = V_b q$$

Pozostaje więc obliczyć wartości potencjałów V_a i V_b. Na wartości tych potencjałów składają się przyczynki od obu ładunków (3nC i -3nC):

$$V_a = k\left(\frac{3nC}{1cm} + \frac{-3nC}{2cm}\right) = 1350V \qquad V_b = k\left(\frac{3nC}{2cm} + \frac{-3nC}{1cm}\right) = -1350V$$

Wstawiając otrzymane wartości do równań na energię potencjalną mamy:

$$E_{pa} = V_a q = 1350V \cdot 2nC = 2.7 \cdot 10^{-6} J$$

$$E_{pb} = V_b q = -1350V \cdot 2nC = -2.7 \cdot 10^{-6} J$$

Zapiszmy zasadę zachowania energii wstawiając otrzymane wartości:

$$0 + 2.7 \cdot 10^{-6} J = -2.7 \cdot 10^{-6} J + \frac{1}{2} 5\mu g \cdot v^2$$

Szukana wartość prędkości wynosi więc:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(2.7 \cdot 10^{6} J + 2.7 \cdot 10^{6} J\right)}{5\mu g}} = 1.47 m/s$$

Ponieważ na cząstek poruszającą się z a do b działa <u>zmienna wypadkowa siła</u> (odległość cząstki od ładunków 3nC i -3nC zmienia się w czasie) więc zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona cząstka będzie poruszać się <u>ze zmiennym w czasie przyspieszeniem</u> czyli ruchem niejednostajnie przyspieszonym.

Zadanie 15

Próżniowy kondensator płaski ma okładki o powierzchni $S=2m^2$ odległe od siebie o d=3mm. Do kondensatora podłączono źródło napięcia o różnicy potencjałów V=10kV (10000V). Jaką pojemność ma kondensator, jaki ładunek zgromadził się na jago okładkach po podłączeniu napięcia i jakie jest natężenie pola elektrycznego w obszarze pomiędzy okładkami.

Pojemność kondensatora zależy tylko od jego budowy i rodzaju substancji wypełniającej przestrzeń między okładkami. W naszym wypadku mamy do czynienia z kondensatorem próżniowym (ε=1). Pojemność C kondensatora wynosi więc:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d} = 1 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} F/m \cdot \frac{2m^2}{0.003m} = 5.9 \cdot 10^{-9} F$$

Ładunek Q zgromadzony na okładkach jest równy iloczynowi pojemności kondensatora i przyłożonej różnicy potencjałów:

$$Q = CV = 5.9 \cdot 10^{-9} F \cdot 1 \cdot 10^4 V = 5.9 \cdot 10^{-5} C$$

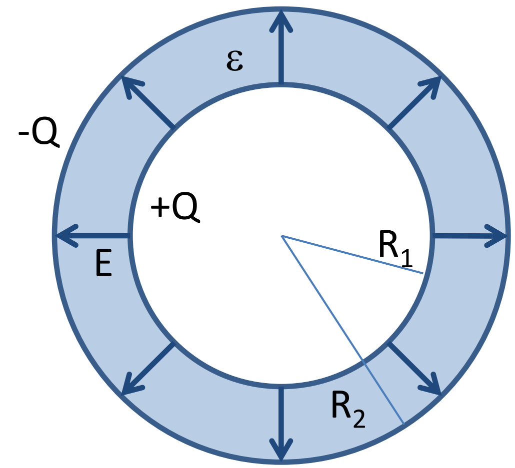
Natężenie pola elektrycznego E w obszarze pomiędzy okładkami można obliczyć znając ładunek na okładkach:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{5.9 \cdot 10^{-5} C}{8.85 \cdot 10^{-12} F/m \cdot 2m^2} = 3.3 \cdot 10^6 V/m$$

Zadanie 16

Oblicz pojemność kondensatora kulistego o promieniach okładek R_1 i R_2 i wypełnionego dielektrykiem o względnej przenikalności ε.

Kondensator kulisty składa się z dwóch sferycznych, współśrodkowych okładek. Pole elektryczne w obszarze pomiędzy okładkami ma symetrie sferyczną (patrz rysunek). Załóżmy, że na okładkach kondensatora zgromadzony jest ładunek Q. Dla pola skierowanego od środka na zewnątrz na wewnętrznej okładce zgromadzony jest ładunek dodatni, a na zewnętrznej ujemny. Dla pola o symetrii sferycznej i ośrodka o przenikalności ε różnicę potencjałów pomiędzy okładkami można obliczyć z równania:



$$\Delta V = \frac{kQ}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$$

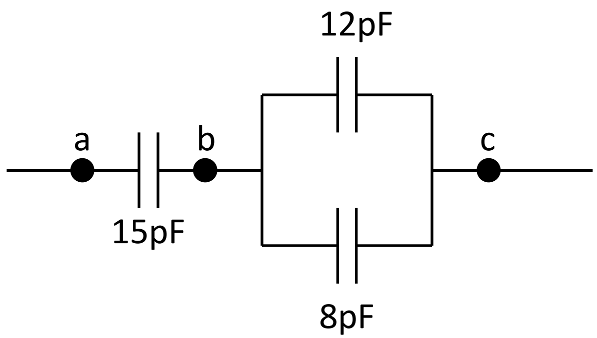
Pojemność kondensatora jest zdefiniowana jako stosunek ładunku zgromadzonego na okładkach do wartości różnicy potencjałów pomiędzy okładkami:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right)$$

Jak należało się spodziewać, pojemność kondensatora nie zależy od wartości ładunku zgromadzonego na jego okładkach, a jedynie od jego budowy.

Zadanie 17

Dla układu kondensatorów widocznego na rysunku oblicz równoważną pojemność między punktami b i c oraz a i c.



Kondensatory między punktami b i c są połączone równolegle, więc ich pojemność zastępcza jest sumą ich pojemności:

$$C_{bc} = 8\,pF + 12\,pF = 20\,pF$$

Pomiędzy punktami a i c mamy dwie szeregowo połączone pojemności: 15pF oraz powyżej obliczoną pojemność zastępczą równą 20pF. Odwrotność pojemności zastępczej połączonych szeregowo kondensatorów jest równa sumie ich odwrotności:

$$\frac{1}{C_{ac}} = \frac{1}{15\,pF} + \frac{1}{20\,pF}$$

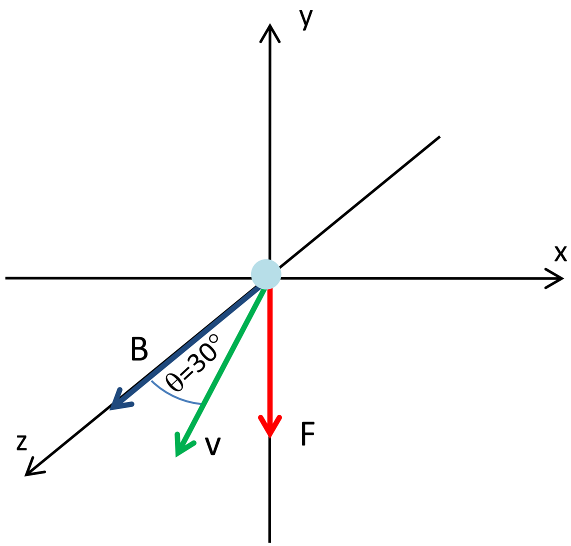
Pojemność C_{ac} jest więc równa:

$$C_{ac} = \frac{300}{35}\,pF = 8.6\,pF$$

Zadanie 18

Strumień protonów porusza się z prędkością $v=2\cdot10^5$m/s przez obszar w którym występuje jednorodne pole o indukcji B=2.0T skierowane równolegle do osi z układu współrzędnych. Kierunek ruchu protonów leży w płaszczyźnie xz i tworzy kąt 30° z osią z (rysunek). Znajdź kierunek i wartość siły działającej na poruszające się protony.

Kierunek siły Lorentza jest zawsze prostopadły do płaszczyzny w której leżą wektory prędkości ładunku i indukcji magnetycznej. W rozpatrywanym przypadku wektory te leżą w płaszczyźnie xz, więc wektor siły Lorentza ma kierunek osi y. Zwrot wektora siły wynika z reguły prawej dłoni (lub śruby prawoskrętnej) i w naszym przypadku jest skierowany w stronę ujemnych wartości y (w dół). Wartość siły Lorentza można obliczyć z równania:

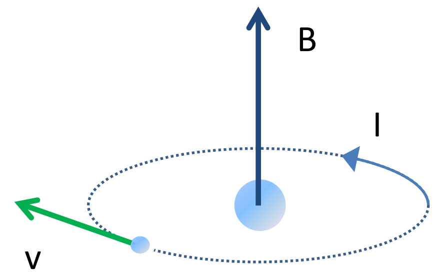


$$F = qvB\sin\left(360^\circ - \theta\right) = 1.60\cdot10^{-19}C\cdot2\cdot10^5 m/s\cdot2T\cdot\left(-1\right) = -6.4\cdot10^{-14}N$$

Zwróćmy uwagę na fakt, że zwrot siły Lorentza zależy od znaku ładunku cząstki. W powyższym przykładzie siła Lorentza byłaby skierowana w górę gdyby protony zastąpiono elektronami.

Zadanie 19

W modelu atomu wodoru Bohra elektron porusza się po orbicie kołowej wokół jądra (protonu). Promień orbity elektronu wynosi $R=5.3\cdot 10^{-11}$m a prędkość jego ruchu $v=2.2\cdot 10^{6}$m/s. Zakładając że elektron porusza się w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, znajdź kierunek, wartość i zwrot wektora indukcji pola magnetycznego w punkcie w którym znajduje się jądro atomowe.



Ruch elektronu po orbicie kołowej można utożsamiać z przepływem prądu w pętli. Wartość tego prądu jest równa stosunkowi ładunku elektronu do czasu w jakim wykonuje on jeden pełny obieg czyli okresu:

$$I = \frac{e}{T}$$

Związek prędkości ruchu elektronu z okresem i promieniem orbity ma postać $v=(2\pi R)/T$, tak więc $T=(2\pi R)/v$. Wyrażenie na natężenie prądu I ma więc postać:

$$I = \frac{ev}{2\pi R}$$

Równanie opisujące indukcję w środku pętli z prądem ma postać: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

Po wstawieniu uzyskanego wyrażenia na natężenie prądu I mamy:

$$B = \frac{\mu_0 ev}{4\pi R^2} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\,Tm/A\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 2.2\cdot 10^{6}\,m/s}{4\pi\cdot\left(5.3\cdot 10^{-11}\,m\right)^2} = 13T$$

Kierunek wektora B jest prostopadły do płaszczyzny w której krąży elektron, natomiast zwrot wynika z reguły prawej dłoni i zwrotu prądu I który jest przeciwny do kierunku ruchu elektronu.

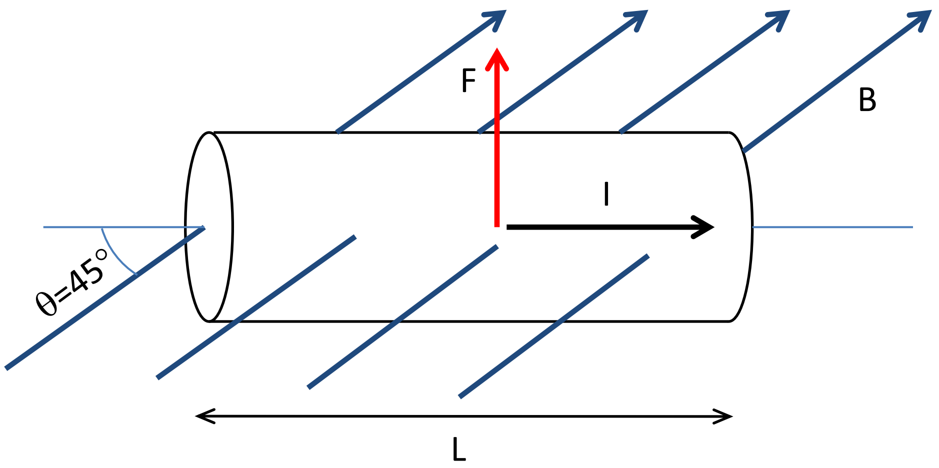
Zadanie 20

Przez spoczywający poziomo metalowy pręt płynie prąd o natężeniu I=50A. Pręt znajduje się w polu magnetycznym o indukcji B=1T leżącej w płaszczyźnie pręta i tworzącej z kierunkiem pręta kąt θ=45° (rysunek). Znajdź wektor siły działającej odcinek pręta o długości L=2m.

Wyrażenie opisujące siłę działającą na przewodnik w którym płynie prąd I ma postać:

$$F = IBL\sin\theta$$

Kierunek tej siły jest prostopadły do płaszczyzny w której leżą wektory I i B, a jej zwrot wynika z reguły prawej dłoni.

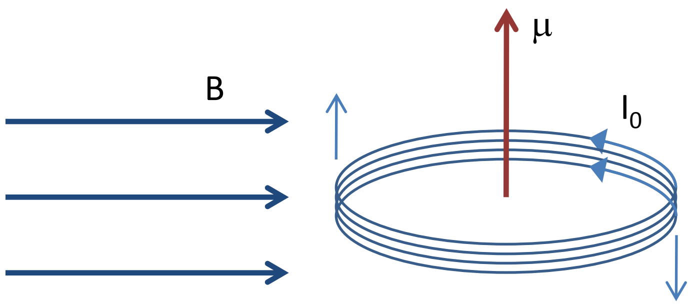


Kąt θ w powyższym równaniu jest kątem jaki tworzą ze sobą kierunki pola magnetycznego B i kierunek przepływu prądu, czyli oś przewodnika. Wartość wektora siły jest więc równa:

$$F = 50A \cdot 1T \cdot 2m \cdot \sin\theta = 71N$$

Zadanie 21

Leżąca poziomo pętla w kształcie okręgu o promieniu R=0.5m składa się z n=20 zwojów drutu przez który płynie przeciwnie do kierunku ruchu wskazówek zegara prąd o natężeniu I_0=10A. Pętla znajduje się w skierowanym poziomo jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B=1.5T. Znajdź moment magnetyczny pętli oraz moment siły na nią działającej.



Definicja momentu magnetycznego ma postać:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

W naszym przypadku wartość wektora A wynosi:

$$A = \pi R^2 = 0.79m^2$$

Ponieważ pętla składa się z n=20 zwojów, więc całkowity moment magnetyczny wynosi:

$$\mu = nI_0 A = 20 \cdot 10A \cdot 0.79m^2 = 158Am^2$$

Na moment magnetyczny działa w polu magnetycznym moment siły τ:

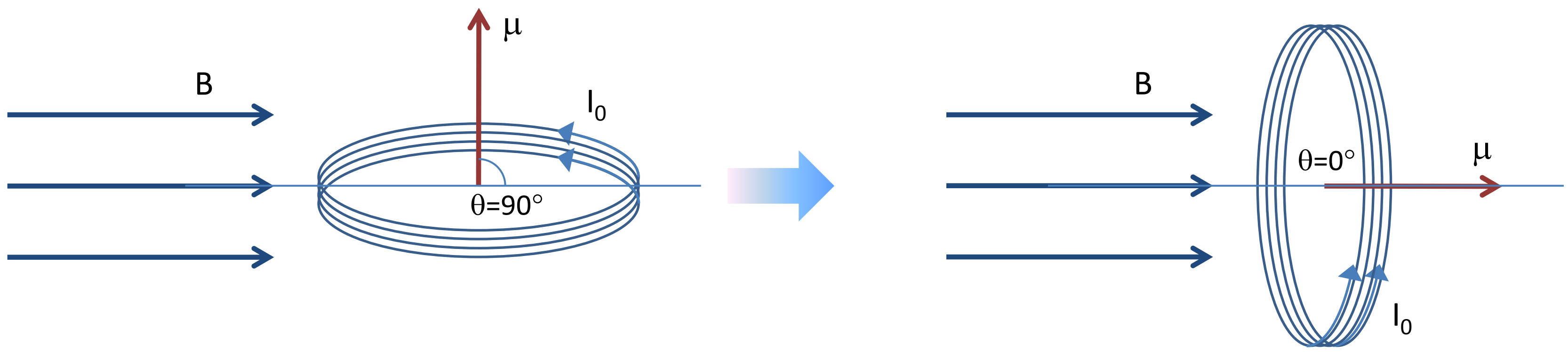
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Kierunek i zwrot momentu siły w rozważanym przypadku będzie taki, że pętla będzie się obracać tak by wektor momentu magnetycznego μ był równoległy do wektora indukcji B (strzałki na rysunku). Wartość wektora momentu siły wynosi:

$$\tau = \mu \cdot B \cdot \sin 90^\circ = 158Am^2 \cdot 1.5T \cdot 1 = 237Nm$$

Zadanie 22

Rozpatrując pętlę i pole magnetyczne z poprzedniego zadania znajdź zmianę energii potencjalnej towarzyszącą obrotowi pętli przez pole magnetyczne z pozycji poziomej od pozycji pionowej (rysunek).



Energia potencjalna momentu magnetycznego w polu B wynosi:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\theta$$

W początkowej sytuacji energia potencjalna wynosi:

$$U_1 = -\mu B \cos 90^\circ = -158 Am^2 \cdot 1.5T \cdot 0 = 0J$$

Po obrocie pętli:

$$U_2 = -\mu B \cos 0^\circ = -158 Am^2 \cdot 1.5T \cdot 1 = -237 J$$

Zwróćmy uwagę, że energia potencjalna ulega zmniejszeniu w trakcie obracania pętli ponieważ kierunek obrotu jest zgodny z kierunkiem działania momentu siły (patrz poprzednie zadanie).

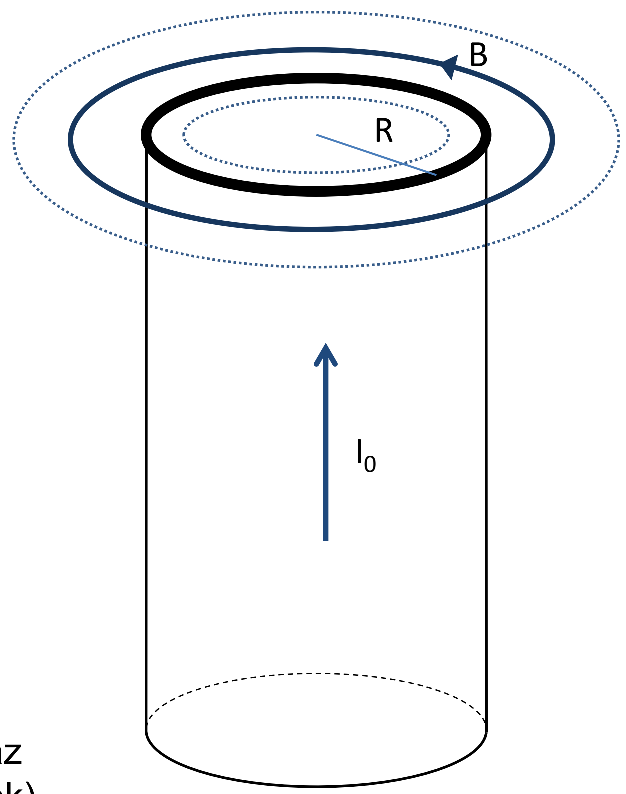
Zadanie 23

Po długiej metalowej rurze o promieniu R płynie prąd o natężeniu I_0. Korzystając z prawa Ampere'a znajdź wartość indukcji pola B w zależności od odległości r od środka rury.

Rozpatrzmy oddzielnie dwa przypadki: gdy r<R oraz gdy r>R.

1) r<R

Wybieramy jako krzywą zamkniętą okrąg o promieniu r<R (rysunek). Prawo Ampere'a mówi, że krążenie wektora indukcji po tej krzywej jest równe z dokładnością do stałej całkowitemu prądowi płynącemu przez powierzchnię zamkniętą tą krzywą. Krążenie wektora B wyraża się przez wyrażenie $\sum B\Delta L$ gdzie ΔL jest elementem krzywej równoległej do wektora B. Prawo Ampera wyraża się więc równaniem:



$$\sum B\Delta L = \mu_0 I$$

W naszym przypadku prąd płynie tylko po powierzchni rury (r=R), tak więc prąd I w powyższym równaniu wynosi 0. Oznacza to, że również B=0 dla r<R.

2) r>R

Postępujemy analogicznie jak w poprzednim punkcie, jednak teraz krzywa zamknięta ma promień większy od promienia rury (rysunek). Pole B wokół rury z prądem ma symetrie okręgów, co oznacza, że B jest w każdym punkcie równoległe do elementu krzywej ΔL. W odróżnieniu od poprzedniego przypadku, teraz prąd zamknięty krzywą jest równy całemu prądowi płynącemu przez rurę czyli I.

Prawo Ampere'a ma więc w tym wypadku postać:

$$\sum B\Delta L = \mu_0 I_0$$

Ponieważ B jest stałe na każdym elemencie ΔL możemy wyłączyćB przed znak sumy:

$$\sum B\Delta L = B\sum \Delta L$$

Suma elementów ΔL jest po prostu długością krzywej czyli długości okręgu o promieniu r:

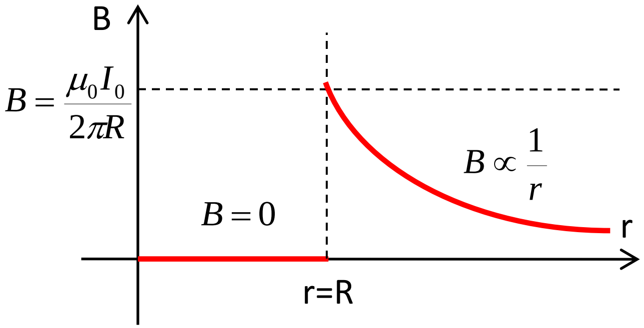
$$B\sum \Delta L = B2\pi r$$

Wstawiając uzyskane wyrażenie do prawa Ampere'a mamy:

$$B2\pi r = \mu_0 I_0$$

z czego:

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$ dla r>R

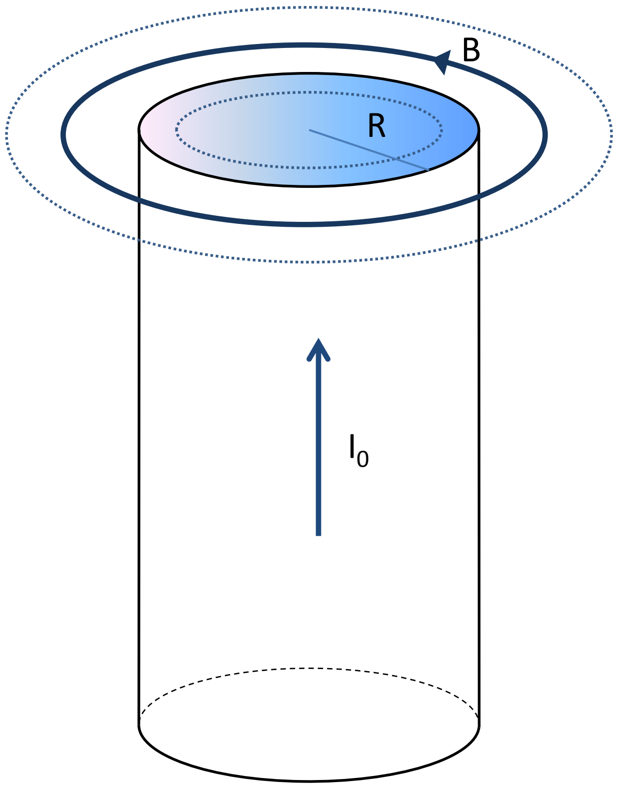


Wykres szukanej zależności B(r)

Zadanie 24

Przez długi metalowy przewód o promieniu R płynie jednorodny prąd o natężeniu I_0. Korzystając z prawa Ampere'a znajdź wartość indukcji pola B w zależności od odległości r od środka przewodu.

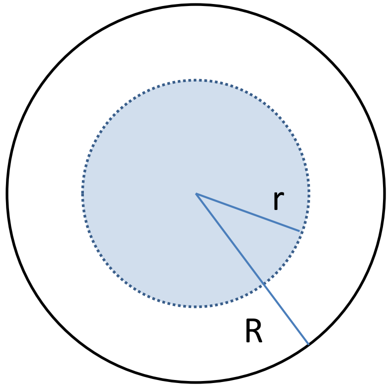
W odróżnieniu od przypadku rozpatrywanego w poprzednim zadaniu, prąd I_0 nie płynie teraz jedynie po ścianie rury, ale jednorodnie przez cały przekrój przewodu.



Podobnie jak poprzednio rozpatrzmy oddzielnie dwa przypadki: gdy r<R oraz gdy r>R.

1) r<R

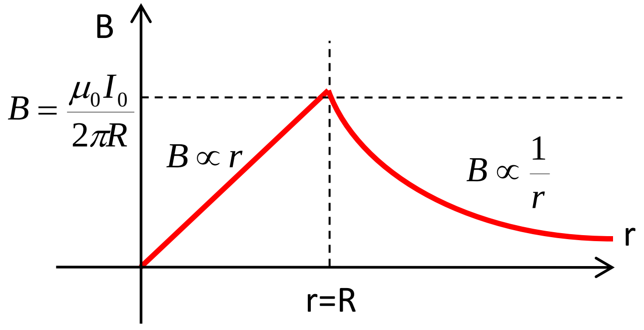
Nasza krzywa (okrąg o promieniu r<R) zamyka pewną powierzchnie której pole jest równe polu powierzchni okręgu. Ponieważ prąd I_0 płynie przez całą powierzchnię przekroju przewodu o promieniu R, prąd I przepływający przez powierzchnię okręgu o promieniu o r<R jest tylko częścią prądu $I_{0.}$ Stosunek wartości prądu I do I_0 jest równy stosunkowi powierzchni ograniczonej krzywą (obszar wypełniony na rysunku poniżej) do całej powierzchni przekroju przewodu.



Możemy więc napisać:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{r^2}{R^2} \qquad \text{z czego:} \qquad I = I_0 \frac{r^2}{R^2}$$

Prawo Ampere'a ma więc w tym przypadku postać:



$$\sum B\Delta L = \mu_0 I = \mu_0 I_0 \frac{r^2}{R^2}$$

$$\sum B\Delta L = B\sum \Delta L = B2\pi r$$

czyli: $B = \frac{\mu_0 I_0 r}{2\pi R^2}$ dla r<R

2) r>R

Podobnie jak w poprzednim zadaniu przez powierzchnię zamkniętą krzywą o promieniu r>R przepływa cały prąd I_0 tak więc prawo Ampere'a ma postać:

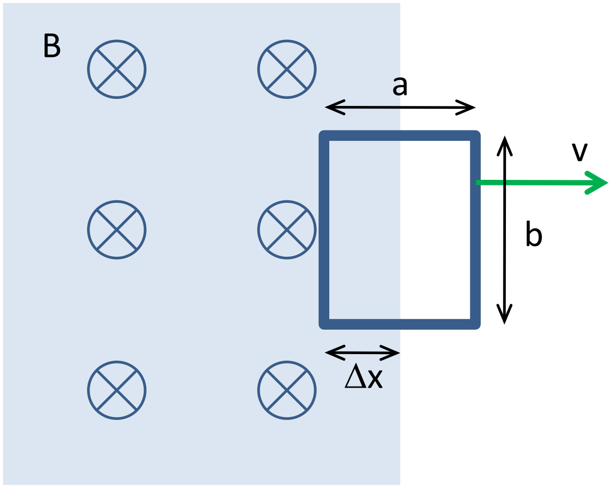
$$\sum B\Delta L = \mu_0 I_0$$

$$B2\pi r = \mu_0 I_0$$

czyli: $B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$ dla r>R

Zadanie 25

Metalowa ramka o bokach długości a i b porusza się z prędkością v równoległą do boku a. Poruszająca się ramka opuszcza obszar którym działa jednorodne pole B skierowanie prostopadle do ramki (rysunek). Znajdź wartość indukowanej w ramce siły elektromotorycznej gdy ramka jest całkowicie w obszarze pola B, częściowo w obszarze pola oraz gdy jest całkowicie poza tym obszarem.



Przyczyną powstawania indukowanej siły elektromotorycznej ε jest zmienny w czasie strumień pola magnetycznego. W sytuacji gdy ramka pozostaje całkowicie wewnątrz lub całkowicie na zewnątrz obszaru pola strumień pola B przez ramkę jest stały, co oznacza że siła elektromotoryczna nie jest indukowana. Jedynie w przypadku kiedy poruszająca się ramka znajduje się częściowo w obszarze pola strumień pola jest zmienny i indukowana jest siła elektromotoryczna ε:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

Zmiana strumienia $\Delta\Phi_B$ jest równa iloczynowi części pola ramki znajdującej się w obszarze pola i indukcji pola B:

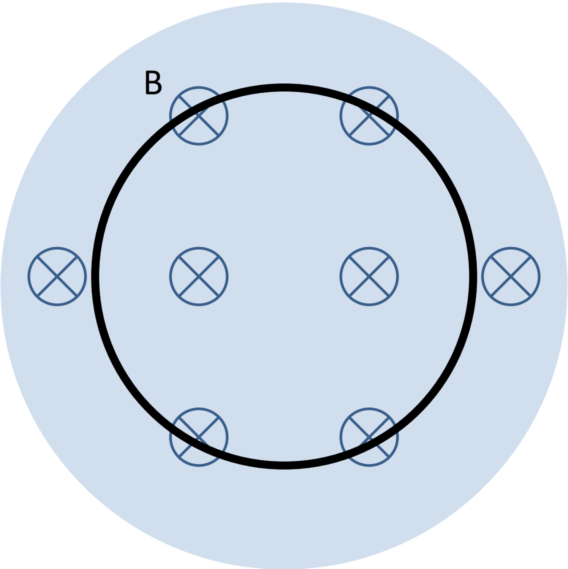
$$\Delta \Phi_B = b \cdot \Delta x \cdot B$$

Indukowana siła elektromotoryczna jest więc równa:

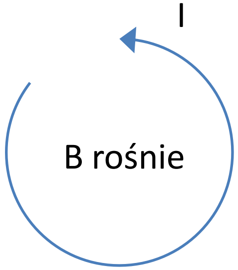
$$\varepsilon = -Bb\frac{\Delta x}{\Delta t} = -Bbv$$

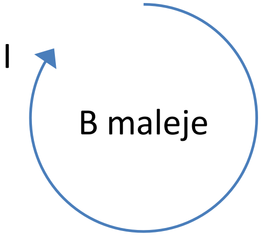
Zadanie 26

Okrągła metalowa pętla jest umieszczona w jednorodnym zewnętrznym polu magnetycznym tak, że kierunek pola jest prostopadły do płaszczyzny pętli (rysunek). Określ kierunek prądu indukowanego w pętli (zgodnie lub przeciwnie do ruchu wskazówek zegara) podczas gdy wartość indukcji pola B rośnie oraz gdy wartość ta maleje w czasie.



Zgodnie z regułą Lenza kierunek przepływu prądu indukowanego pod wpływem indukowanej siły elektromotorycznej jest taki, że przeciwdziała on zmianie strumienia magnetycznego.
W przypadku narastającego pola B (coraz silniejsze pole skierowane za płaszczyznę rysunku) strumień pola B przez pętlę rośnie a indukowana siła elektromotoryczna wywoła przepływ prądu który będzie przeciwdziałał narastaniu strumienia. Przepływ prądu indukowanego w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara spowoduje powstanie pola B skierowanego przeciwnie do narastającego pola zewnętrznego czyli spowolni narastanie strumienia.
Stosując analogiczne rozumowanie w przypadku malejącego zewnętrznego pola B dochodzimy do wniosku, że w przepływ prądu zgodnie z ruchem wskazówek zegara spowoduje podtrzymanie malejącego strumienia.





Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 1

Zakładamy, że ciężar człowieka wynosi 800N. Przyjmując, że dwie osoby zawierają +1C nieskompensowanego ładunku elektrycznego, oblicz odległość dla jakiej siła oddziaływania elektrostatycznego między tymi osobami będzie równa co do wartości ciężarowi każdej z nich.

Odp.: 3.35km

Zadanie 2

Dwie identycznie naładowane kulki są umieszczone w odległości 80cm. Ile elektronów zawiera każda z kulek jeśli siła oddziaływania elektrostatycznego między nimi wynosi $4.57*10^{-21}$N.

Odp.: 1780 elektronów

Zadanie 3

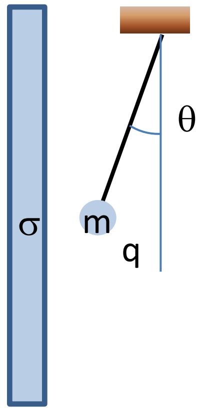
Cztery identyczne ładunki q umieszczono w wierzchołkach kwadratu o boku L. Znajdź wartość siły działającej na jeden wybrany ładunek, pochodzącej od pozostałych trzech.

Odp.: $F = k\frac{q^2}{L^2}\frac{\left(1+2\sqrt{2}\right)}{2}$

Zadanie 4

Kulka o masie m=2mg i ładunku q=-50nC wisi na nici w pobliżu bardzo dużej płyty naładowanej z gęstością powierzchniową σ=2.5nC/m^2. Znajdź kąt θ jaki tworzy nić z pionem.

Odp.: θ=19.8°



Zadanie 5

Zakładając że Ziemia jest przewodnikiem i wiedząc, że natężenie pola E tuż przy powierzchni Ziemi wynosi 150V/m i jest skierowane do środka Ziemi znajdź gęstość powierzchniową ładunku Ziemi. Promień Ziemi $R=6.38\cdot10^{6}$m.

Odp.: $-1.33\cdot10^{-9}$C/m^2

Zadanie 6

Przewodząca kula o promieniu R zawiera ładunek Q. Kula jest otoczona wykonaną z izolatora cienką powłoką sferyczną o promieniu 2R i ładunku również wynoszącym Q. Znajdź natężenie pola E w funkcji odległości od środka kuli dla $0<r<R$, $R<r<2R$, $r>2R$.

Odp.: $E=0$ dla $0<r<R$, $E=kQ/r^2$ dla $R<r<2R$, , $E=k2Q/r^2$ dla $R<r<2R$

Zadanie 7

Dwa ładunki punktowe są umieszczone na osi x w taki sposób, że ładunek $q_1=-e$ jest w $x=0$, a ładunek $q_2=+e$ w $x=d$. Jaką pracę musi wykonać siła zewnętrzna, żeby przenieść ładunek $q_3=+e$ z nieskończoności do punktu $x=2d$

Odp.: $W = \dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$

Zadanie 8

Cząstka o ładunku q=4.2nC została umieszczona w jednorodnym polu elektrycznym skierowanym w prawo. Cząstka po zwolnieniu porusza się w prawo i po przebyciu drogi d=6cm posiadała energię kinetyczna $E_k=1.5\cdot10^{-6}$J. Jaka jest różnica potencjałów pomiędzy punktem początkowym a końcowym i jaka jest wartość pola E?

Odp.: $\Delta V=357$V, $E= 5.95\cdot10^{3}$ V/m.

Zadanie 9

Elektron zostaje przyspieszony z prędkości $3\cdot10^6$m/s do $8\cdot10^6$m/s. Jaka różnica potencjałów spowodowała takie przyspieszenie?

Odp.: $\Delta V=156V$

Zadanie 10

Ładunek +q jest umieszczony w punkcie o współrzędnych x=0, y=-a, a drugi taki sam ładunek w punkcie x=0, y=a. Znajdź zależność potencjału elektrycznego w funkcji położenia na osi x (y=0).

Odp.:

$$V(x)=k\frac{2q}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

Zadanie 11

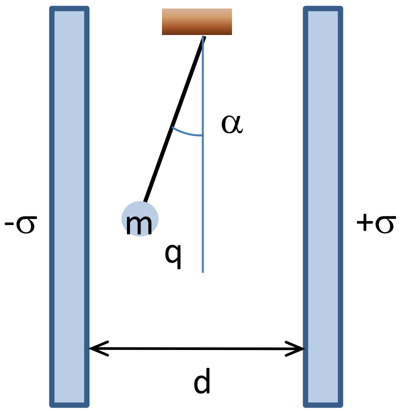
Ładunek +q jest umieszczony w punkcie o współrzędnych x=0, y=-a, a ładunek –q w punkcie x=0, y=a. Znajdź zależność potencjału elektrycznego w funkcji położenia na osi x (y=0).

Odp.: V(x)=0

Zadanie 12

Kulka o masie m=1g wisi na nici pomiędzy dwiema dużymi, naładowanymi płytami odległymi od siebie o d=5cm (rysunek). Jaka jest różnica potencjałów między płytami jeśli nić wychylona jest o kąt $\alpha=30^\circ$ od pionu? Ładunek kulki $q=8.9\cdot10^{-9}$C

Odp.: $\Delta V=95.5V$



Zadanie 13

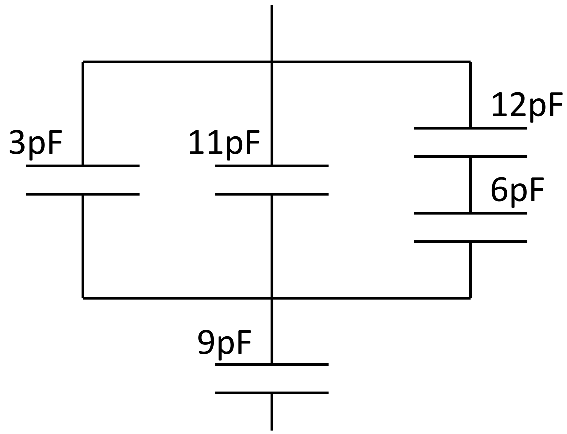
Jaką powierzchnię powinny mieć okładki kondensatora płaskiego o pojemności 1F którego okładki są w odległości 0.5mm?

Odp.: $A=5.6\cdot 10^7 m^2$

Zadanie 14

Znajdź pojemność zastępczą układu kondensatorów przedstawionego na rysunku.

Odp.:C=6pF



Zadanie 15

Różnica potencjałów między punktami a i b wynosi 220V. Znajdź ładunek, energię oraz różnicę potencjałów dla każdego z kondensatorów.

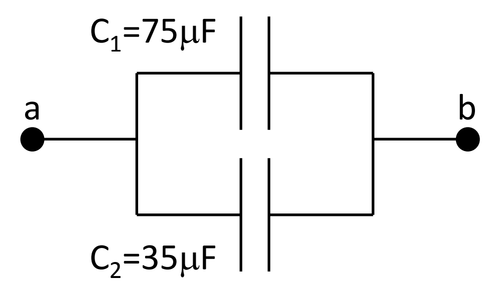
Odp.: Różnica potencjałów wynosi 220V dla obu kondensatorów

$Q_1=1.7\cdot 10^{-2}C$

$Q_2=7.7\cdot 10^{-3}C$

$E_1=1.82J$

$E_2=0.85J$



Zadanie 16

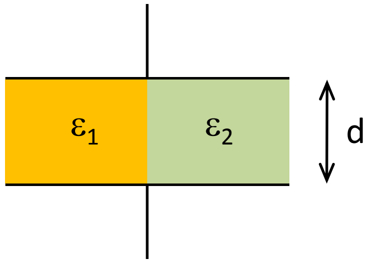
Dwie duże równoległe płyty są naładowane przeciwnie. Gdy przestrzeń między płytami jest pusta, natężenie pola E w tym obszarze wynosi $3.5 \cdot 10^5$V/m. Gdy przestrzeń między płytami wypełnia dielektryk natężenie maleje do $2.2 \cdot 10^5$V/m. Ile wynosi gęstość ładunku indukowanego na powierzchniach dielektryka i ile wynosi jego względna przenikalność ε?

Odp.: ε=1.59, $\sigma_{ind}=1.15 \cdot 10^{-6}$C/m^2

Zadanie 17

Kondensator płaski o powierzchni okładek A i odległości między okładkami d jest wypełniony równymi ilościami dwóch rodzajów dielektryka o wartościach względnej przenikalności równych ε_1 i ε_2 (tak jak na rysunku). Znajdź pojemność takiego kondensatora.

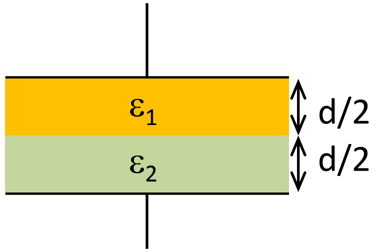
Odp.: $$C = \frac{\varepsilon_0 A}{2d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$



Zadanie 18

Kondensator płaski o powierzchni okładek A i odległości między okładkami d jest wypełniony dwiema warstwami dielektryka o wartościach względnej przenikalności równych ε_1 i ε_2 (tak jak na rysunku). Znajdź pojemność takiego kondensatora.

Odp.: $$C = \frac{2\varepsilon_0 A}{d}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$



Zadanie 19

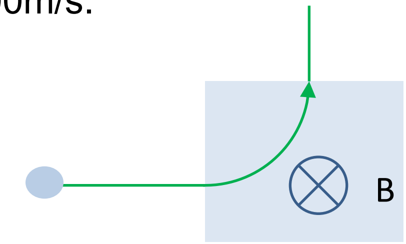
Cząstka o ładunku $6.5 \cdot 10^{-19}$C porusza się w polu magnetycznym o indukcji B=1.5T po okręgu o promieniu 5mm. Jaki jest pęd p i moment pędu L cząstki?

Odp.: $p=4.9 \cdot 10^{-21}$kgm/s, $L=2.4 \cdot 10^{23}$kgm^2/s

Zadanie 20

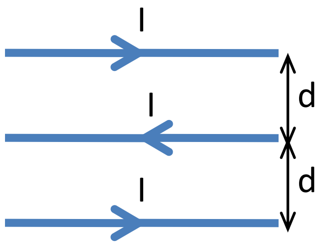
Proton wpada w obszar pola magnetycznego skierowanego prostopadle do prędkości protonu. Po opuszczeniu obszaru pola kierunek prędkości protonu jest prostopadły do kierunku początkowego. Znajdź wartość indukcji pola jeśli wiadomo, że droga jaką przebył proton wewnątrz obszaru pola wynosi s=1.18cm a wartość jego prędkości wynosi 1000m/s.

Odp.: $B=1.4 \cdot 10^{-3}$T



<u>Zadanie 21</u>

W trzech równoległych, odległych od siebie o d przewodach płynie prąd I w kierunkach zaznaczonych na rysunku. Znajdź siły działające na jednostkę długości dla każdego z przewodów.



Odp.: $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d}$ skierowane do góry dla górnego przewodu,

$\frac{F}{L} = 0$ dla środkowego przewodu,

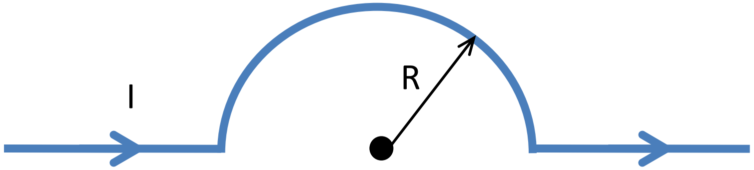
$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d}$ skierowane do dołu dla dolnego przewodu.

<u>Zadanie 22</u>

W punkcie P znajdź indukcje pola B pochodzącą od półkolistego fragmentu drutu o promieniu krzywizny R w którym płynie prąd I (rysunek). Czy proste odcinku drutu wytwarzają pole B w tym punkcie?

Odp.: $B = \frac{\mu_0 I}{4R}$

Proste odcinki drutu nie wytwarzają pola w punkcie P



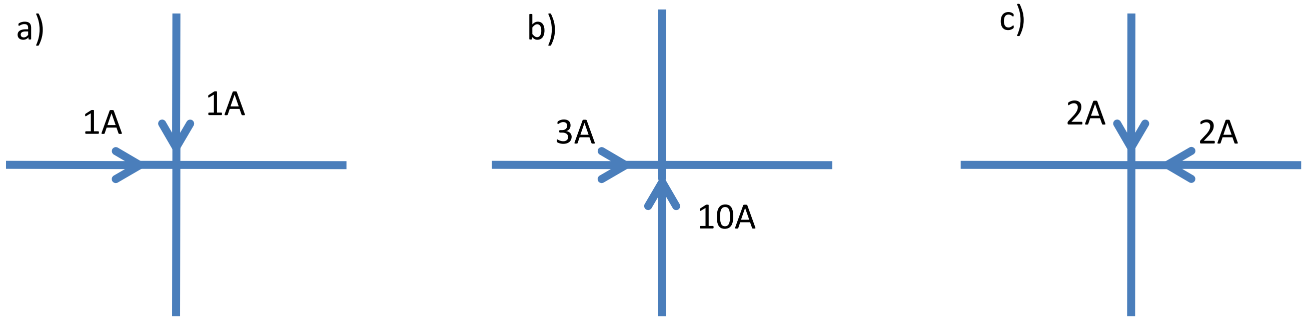
Zadanie 23

Przez dwie współosiowe cienkościenne rury o promieniach a i b płyną w przeciwnych kierunkach prądy o natężeniu I. Znajdź indukcję pola B w funkcji odległości od osi rur dla $0<r<a$, $a<r<b$, $r>b$

Odp.: B=0 dla $0<r<a$, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ dla $a<r<b$, B=0 dla $r>b$,

Zadanie 24

Dla układów długich przewodników z prądem na rysunkach znajdź miejsca punktów w których wypadkowa indukcja pola B jest zerowa.

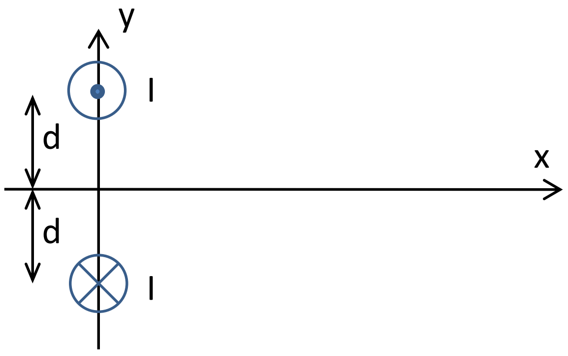


Odp.: Są to proste przechodzące przez środek układu współrzędnych:
a) prosta o nachyleniu -1, b) prosta o nachyleniu 1/3, c) prosta o nachyleniu 1

Zadanie 25

Przez dwa długie równoległe przewody płynie w przeciwnych kierunkach prąd I. Odległość między przewodami wynosi 2d. Przewody leżą prostopadle do płaszczyzny xy (rysunek). Znajdź indukcję pola w funkcji położeni na osi x.

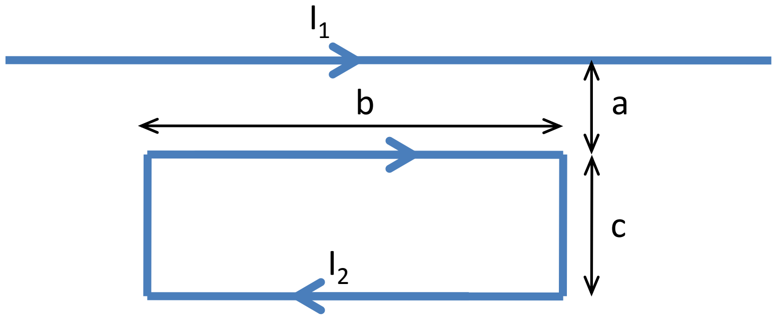
Odp.: $B = \frac{\mu_0 I d}{\pi\left(x^2 + d^2\right)}$ skierowane w prawo



Zadanie 26

Przez długi przewód płynie prąd I_1. W odległości a od przewodu umieszczono ramkę o wymiarach boków b i c tak, że bok b jest równoległy do przewodu. Przez ramkę płynie prąd I_2 (rysunek). Znajdź wypadkową siłę pochodzącą od pola B wytwarzanego przez przewód działającą na ramkę.

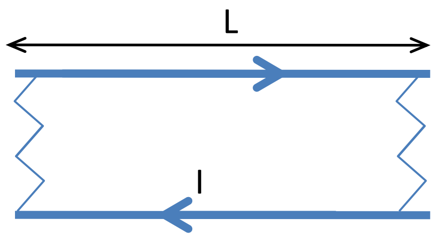
Odp.: $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi}\left(\frac{1}{a+c} - \frac{1}{a}\right)$



Zadanie 27

Dwa jednakowe metalowe pręty o długości L leżą na poziomym stole. Końce prętów są spięte jednakowymi sprężynami o stałej sprężystości k. Przez obwód zaczyna płynąć prąd I na skutek czego sprężynki się rozciągają. Znajdź długość Δx o jaką sprężynki się rozciągnęły.

Odp.: $\Delta x = \sqrt{\dfrac{\mu_0 I^2 L}{2\pi k}}$



Zadanie 28

Prostokątna ramka o bokach x i y wiruje w jednorodnym polu B częstością kołową ω (rysunek). Oblicz jak zależy od czasu indukowana miedzy punktami a i b siła elektromotoryczna.

Odp.: $\varepsilon = \omega Bxy\sin(\omega t)$