PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Termodynamika

Zadania z rozwiązaniami

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 1

W pokoju znajduje się 3000 moli powietrza. Ja zmieni się energia wewnętrzna powietrza w pokoju jeśli na skutek działania klimatyzatora temperatura spanie z 25°C do 18°C? Zakładamy, że ochładzanie zachodziło w stałym ciśnieniu 1 atm. i traktujemy powietrze jako gaz doskonały o wykładniku adiabaty κ=1.4.

Rozwiązanie

Dla gazu doskonałego zawsze zachodzi związek:

$$\Delta U = C_v n \Delta T$$

Ponieważ

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v}$$

ciepło właściwe przy stałej objętości C_v wynosi:

$$C_v = \frac{R}{\kappa - 1} = 20.8 J / mol \cdot K$$

Ostatecznie zmiana energii wewnętrznej wynosi:

$$\Delta U = 20.8 \cdot 3000 \cdot 7 = 436.8 kJ$$

Jest to ilość energii wewnętrznej jaką klimatyzator odbiera z powietrza w pokoju i transferuje na zewnątrz pokoju (do otoczenia).

Zadanie 2

Współczynnik sprężania silnika spalinowego o pojemności 2l wynosi 15 do 1. Ciśnienie początkowe powietrza w cylindrze wynosi 1010 hPa a sprężanie następuje w T=300K. Oblicz ciśnienie i temperaturę powietrza przy maksymalnym sprężeniu oraz pracę wykonaną przez powietrze podczas sprężania. Przyjąć że dla powietrza κ=1.4.

Rozwiązanie

Sprężanie powietrza w cylindrze silnika zachodzi na tyle szybko, że nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem, tak więc proces ten możemy traktować jako adiabatyczny. Temperaturę i ciśnienie na końcu cyklu sprężania możemy obliczyć korzystając z równania adiabaty.

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = (300K)(15)^{0.40} = 886K = 613°C$$

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = (1.01\times10^5 Pa)(15)^{1.4} = 4.5\times10^6 Pa$$

Obliczenie pracy wykonanej przez powietrze wymaga znajomości ilości moli gazu w cylindrze:

$$n = \frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{(10.1\times10^5 Pa)(2\times10^{-3} m^3)}{8.31(300K)} = 0.081 mola$$

oraz ciepła właściwego przy stałej objętości:

$$C_v = \frac{R}{\kappa-1} = 20.8 J/mol\cdot K$$

Ponieważ gaz jest sprężany praca wykonana przez gaz jest ujemna i wynosi:

$$W = nC_V(T_1 - T_2) = (0.081 mola)(20.8 J/mol\cdot K)(-586K) = -987 J$$

Zadanie 3

Oblicz entropię n-moli gazu doskonałego zakładając że ciepło właściwe przy stałej objętości C_V jest stałe. Oblicz zmianę entropii tego gazu podczas izochorycznego ogrzewania od temperatury T do 4T.

Rozwiązanie

Różniczkę entropii definiujemy jako :

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU + pdV}{T} = C_V \frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V}$$

Ostatnia równość wynika z definicji ciepła właściwego przy stałej objętości:

$$C_V = \frac{dU}{dT}$$

Całkując obustronnie wyrażenie na różniczkę entropii mamy:

$$S = C_V \ln T + nR \ln V + const$$

Entropia jest więc określona z dokładnością do stałej. Aby uniknąć tej niedogodności najczęściej rozpatrujemy zmianę entropii.

Podczas izochorycznego (dV=0) ogrzewania gazu od T do 4T zmiana entropii wynosi więc:

$$\Delta S = C_V \int_T^{4T} \frac{dT}{T} = C_V \ln 4$$

Zadanie 4

Dwa rodzaje gazu doskonałego pod ciśnieniem p i w tej samej temperaturze T znajdują się w dwóch równych częściach naczynia o objętości 2V rozdzielonego na pól nieprzepuszczalną przegrodą. W pewnej chwili przegroda zostaje usunięta i gazy się mieszają. Oblicz towarzyszącą mieszaniu zmianę entropii układu. Zakładamy, że podczas mieszania zarówno temperatura jak i ciśnienie pozostały bez zmiany. Dane są liczby moli gazów n_1 i n_2.

Rozwiązanie

Mieszanie gazów możemy potraktować jako izotermiczne rozprężanie n1 moli gazu 1 z objętości V do 2V i analogicznie n2 moli gazu 2 z objętości V do 2V. Pamiętając , że w procesie izotermicznym energia wewnętrzna gazu doskonałego jest stała (dU=0) i korzystając z pierwszej zasady termodynamiki (dU=dQ+pdV) i równania Clapeyrona możemy zapisać zmianę entropii jako:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{pdV}{T} = nR\frac{dV}{V}$$

Zmiany entropii gazów 1 i 2 będą więc równe odpowiednio:

$$\Delta S_1 = n_1 R \ln\left(\frac{2V}{V}\right) = n_1 R \ln 2 \qquad \Delta S_2 = n_2 R \ln\left(\frac{2V}{V}\right) = n_2 R \ln 2$$

Całkowita zmiana entropii jest sumą zmian entropii gazów 1 i 2:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = R \ln 2 (n_1 + n_2)$$

Zadanie 5

Układ izolowany stanowią m_1=2kg wody w temperaturze T_1=20°C oraz m_2=5kg wody w temperaturze T_2=90°C. Po wymieszaniu temperatura się wyrównuje osiągając T_0. Oblicz zmianę entropii w tym procesie wiedząc, że ciepło właściwe wody c=4200J/(kgK)

Rozwiązanie

Temperaturę końcową T_0 obliczamy z bilansu cieplnego :

$$T_0 = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 70°C = 343K$$

Całkowity przyrost entropii jest sumą przyrostów entropii poszczególnych mas wody:

$$dS = cm_1 \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T} + cm_2 \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T} = cm_1 \ln \frac{343}{293} + cm_2 \ln \frac{343}{363} = 76.2 J / K$$

Przyrost entropii jest dodatni co oznacza, że rozpatrywanym przypadku proces mieszania jest procesem nieodwracalnym .

Zadanie 6

Prędkość dźwięku dana jest zależnością: $v_{dz}^2=dp/d\rho$ (gdzie ρ oznacza gęstość ośrodka). Przyjmując że proces rozchodzenia się dźwięku w powietrzu jest procesem adiabatycznym określ zależność prędkość dźwięku od temperatury. Jaka jest teoretyczna wartość prędkości dźwięku w powietrzu o temperaturze 0°C. Przyjąć wartość masy molowej powietrza μ=30g/mol i założyć że powietrze składa się wyłącznie z gazów o cząsteczkach dwuatomowych.

Rozwiązanie

Równanie adiabaty w zmiennych p i T ma postać:

$$p^{1-\kappa}T^{\kappa} = const$$

Uwzględniając równanie Clapeyrona w postaci:

$$p = \frac{\rho RT}{\mu}$$

mamy:

$$p\rho^{-\kappa} = const$$

Różniczkując powyższe równanie dostajemy:

$$dp\rho^{-\kappa} - \kappa\rho^{-\kappa-1}pd\rho = 0$$

Z powyższego równania możemy wyznaczyć pochodną $dp/d\rho$ oraz v_{dz}

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\kappa p}{\rho} = \frac{\kappa RT}{\mu} \qquad v_{dz} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}}$$

Wstawiając wartości liczbowe przyjmując κ=1.4 otrzymujemy prędkość 325m/s.

Zadanie 7

Znajdź zależność ciśnienia powietrza w polu grawitacyjnym Ziemi p(h). Założyć, że temperatura nie zmienia się z wysokością i wynosi T. Na jakiej wysokości ciśnienie maleje dwukrotnie względem ciśnienia na powierzchni Ziemi jeśli temperatura wynosi 0°C

Rozwiązanie

Wzrost ciśnienia wraz ze obniżaniem wysokości jest związany z wzrostem ciężaru słupa gazu. Możemy powiązać różniczkowy przyrost ciśnienia o dp z różniczkową zmianą wysokości dh. Traktując powietrze jako gaz doskonały możemy napisać :

$$\rho = \frac{\mu p}{RT}$$

$$dp = -\rho g dh$$

$$dp = -p\frac{\rho g}{RT}dh$$

Dokonując separacji zmiennych mamy równanie:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho g}{RT}dh$$

Całkując powyższe równanie i stosując warunek $p(h=0)=p_0$ otrzymujemy szukane wyrażenie na ciśnienie w funkcji wysokości:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$$

Ciśnienie zmaleje dwukrotnie na wysokości : $h = \frac{RT}{\mu T}\ln 2$. Wstawiając wartości liczbowe dla powietrza otrzymujemy w przybliżeniu 5000m.

Zadanie 9

Puszka w kształcie walca jest wypełniona powietrzem o temperaturze T i ciśnieniu p_0. Puszka wiruje z częstością kołową ω wokół osi będącej osią walca. Znaleźć wyrażenie opisujące zależność między ciśnieniem powietrza a odległością od osi walca. Zaniedbać wpływ pola grawitacyjnego. Ciśnienie w nieruchomym walcu wynosi p_0.

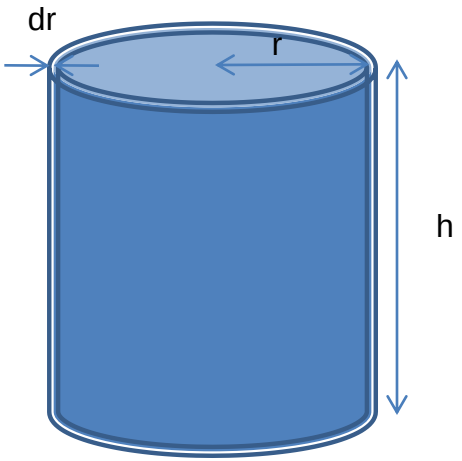
Rozwiązanie

Układ związany z walcem jest układem nieinercjalnym. Ciśnienie rośnie wraz z odległością od osi walca ze względu na siłę odśrodkową działającą na wirującą masę powietrza. Rozpatrzmy masę powietrza dm zawartą w objętości o kształcie rury o wysokości h, promieniu r i grubości ścianki dr. Jeśli ρ jest gęstością powietrza to:

$$dm = \rho h 2\pi r dr$$

Ciśnienie dp jakie wywiera masa dm związane jest z przyspieszeniem odśrodkowym $\omega^2 r$ jakiego doznaje masa dm i polem powierzchni bocznej $2\pi rh$:

$$dp = \frac{\rho h 2\pi r dr \omega^2 r}{2\pi r h}$$



Dokonując prostych przekształceń i wykorzystując równanie Clapeyrona w postaci:

$$\rho = \frac{\mu p}{RT}$$

Otrzymujemy związek różniczkowy między ciśnieniem a odległością od osi puszki:

$$dp = \frac{p\mu\omega^2 r dr}{RT}$$

Dokonując separacji zmiennych p i r otrzymujemy równanie różniczkowe

$$\frac{dp}{p} = \frac{\mu\omega^2}{RT} r dr$$

Całkując obustronnie i wykorzystując warunek p(r=0)=p_0 (powietrze nie wiruje tylko na osi walca czyli w r=0) otrzymujemy poszukiwaną zależność:

$$p = p_0 \exp\left(\frac{\mu\omega^2 r^2}{2RT}\right)$$

Zadanie 10

Przemiana politropowa to przemiana zachodząca ze stałym ciepłem właściwym C. Pokaż że w procesie politropowym spełniona jest relacja pV^x=const gdzie $x=(C-C_p)/(C-C_V)$

Rozwiązanie

Ciepło pobrane w procesie politropowym jest równe z definicji

$$dQ = CdT = dU + pdV = C_V dT + \frac{nRT}{V} dV$$

Wykorzystując związek między C_p a C_V

$$C_p - C_V = R$$

Możemy napisać:

$$CdT = C_V dT + \left(C_p - C_V\right) T \frac{dV}{V}$$

Po przekształceniach:

$$\left(C - C_V\right)\frac{dT}{T} = \left(C_p - C_V\right)\frac{dV}{V}$$

Logarytmując i różniczkując obustronnie równanie Clapeyrona mamy

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V}$$

Wykorzystując powyższą relacje mamy $\ln p + x \ln V = const$ z której bezpośrednio wynika, że $pV^x = const$ gdzie $x = \left(c - C_p\right)/\left(c - C_V\right)$ co należało wykazać.

Zadanie 11

Ciepło właściwe w stałej objętości dla pewnego gazu jest równe C_V a wykładnik adiabaty wynosi κ. Znajdź ciepło właściwe dla procesu politropowego dla którego wykładnik politropy wynosi n.

Rozwiązanie

Z pierwszej zasady termodynamiki wynika że:

$$\Delta Q = \Delta U + W$$

gdzie ΔQ oznacza ilość ciepła pobraną w procesie politropowym , ΔU zmianę energii wewnętrznej w tym procesie a W pracę. Dla masy m gazu mamy:

$$\Delta Q = mC_n \Delta T$$

$$\Delta U = mC_V \Delta T$$

$$W = \frac{m}{\mu}\frac{R}{n-1}\Delta T$$

Uwzględniając powyższe równania mamy:

$$C_n = C_V + \frac{R}{\mu(1-n)}$$

Ponieważ

$$C_p - C_V = \frac{R}{\mu}$$

$$\frac{C_p}{C_V} = \kappa$$

mamy:

$$C_n = C_V \frac{n-\kappa}{n-1}$$

Zadanie 12

W pewnej przemianie politropowej gaz sprężono tak, że jego objętość zmniejszyła się 4-krotnie, a ciśnienie wzrosło 8-krotnie. Wyznacz ciepło właściwe podczas tej przemiany. Dane są ciepło właściwe gazu przy stałej objętości C_V i stała gazowa R.

Rozwiązanie

Dla rozpatrywanej przemiany możemy napisać:

$$V_2 = \frac{1}{4} V_1$$

$$p_2 = 8 p_1$$

Zapisując równanie przemiany politropowej z nieznanym wykładnikiem n mamy:

$$p_1 V_1^n = 8 p_1 \left(\frac{1}{4} V_1 \right)^n$$

Z powyższego równania możemy wyznaczyć wykładnik politropy n=3/2. Z poprzedniego zadania wynika, że:

$$C = C_V + \frac{R}{\mu(1-n)}$$

Ostatecznie ciepło właściwe w rozpatrywanym procesie wynosi

$$C = C_V - \frac{2R}{\mu}$$

Zadanie 13

W procesie politropowym masa m gazu ogrzała się od temperatury T_1 do T_2. Wiedząc, że pobrana ilość ciepła wynosi Q oblicz wykładnik politropy. Dane są ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu C_p, stała gazowa R oraz masa molowa gazu μ.

Rozwiązanie

Z poprzedniego zadania wiemy że

$$n = \frac{C_n - C_p}{C_n - C_V}$$

Z kolei :

$$C_n = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)}$$

$$C_V = C_p - \frac{R}{\mu}$$

Ostatecznie otrzymujemy poszukiwane wyrażenie na wykładnik politropy:

$$n = \frac{C_p - \dfrac{Q}{m(T_2 - T_1)}}{C_p - \dfrac{R}{\mu} - \dfrac{Q}{m(T_2 - T_1)}}$$

Zadanie 14

Dwuatomowy gaz o masie m wykonuje cykl Carnota w którym ciśnienie maksymalne i minimalne wynoszą odpowiednio p1 i p3, a objętości maksymalna i minimalna odpowiednio V_1 i V_3. Określ parametry gazu w punktach przecięcia adiabat i izoterm. Dane są: stała gazowa R i masa molowa gazu μ.

Rozwiązanie

Korzystając z równania Clapeyrona możemy wyznaczyć temperatury T_1 i T_2

$$T_1 = \frac{\mu p_1 V_1}{mR}$$

$$T_2 = \frac{\mu p_3 V_3}{mR}$$

Możemy również napisać:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_1 V_1^{\kappa} = p_3 V_3^{\kappa}$$

Liczba stopni swobody gazu dwuatomowego wynosi 5 więc w rozpatrywanym przypadku κ=7/5. Z powyższych równań wynika że:

$$V_2 = \left(\frac{p_3 V_3^{\kappa}}{p_1 V_1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$p_2 = \frac{(p_1 V_1)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{(p_3 V_3)^{\frac{1}{\kappa-1}}}$$

Postępując analogicznie mamy:

$$p_1 V_1^{\kappa} = p_4 V_4^{\kappa}$$
$$p_4 V_4 = p_3 V_3$$

skąd otrzymujemy:

$$V_4 = \left(\frac{p_1 V_1^{\kappa}}{p_3 V_3} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$p_4 = \frac{\left(p_3 V_3 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}}{\left(p_1 V_1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}}$$

W punktach przecięcia izoterm i adiabat parametry gazu wynosić będą odpowiednio: (T_1, V_2, p_2) oraz (T_2,V_4, p_4)

Zadanie 15

Obliczyć pracę jaką wykona urządzenie chłodnicze działające na zasadzie cyklu Carnota zamrażając m=1kg wody o temperaturze T=293K w lód o temperaturze 273K. Temperatura otoczenia wynosi 293K . Ciepło właściwe wody wynosi C_w=4.2 J/kgK, ciepło topnienia lodu wynosi L_t=334 kJ/kg

Rozwiązanie

Dla cyklu Carnota wyrażenie na sprawność przybiera postać:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_0}{T_1}$$

Gdzie W jest pracą wykonaną w cyklu, Q_1 ciepłem pobranym, a T_0 i T_1 oznaczają odpowiednio temperatury chłodnicy i źródła ciepła. Jeśli cykl przebiega w odwrotną stronę, układ pracuje jak lodówka pobierając w chłodnicy ciepło Q_2 oraz pracę W' oddając do źródła ciepła ilość ciepła $Q_2'=Q_2+W'$. Sprawność takiego cyklu wynosi:

$$\eta = \frac{W'}{Q_2 + W'}$$

Z powyższego wynika, że:

$$W' = Q_2 \frac{\eta}{1-\eta} = Q_2 \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

W naszym przypadku temperatura chłodzonej wody obniża się. Dla odprowadzenia ilości ciepła dQ z chłodnicy o temperaturze T należy wykonać pracę dW_1':

$$dW_1' = dQ \frac{T_1 - T}{T}$$

Wskutek pobrania z chłodnicy ciepła dQ jej temperatura obniży się z T do T-dT. Ilość ciepła oddanego przez wodę $dQ=-mC_W dT$. Żeby ochłodzić wodę z temperatury T_1 od T_0 należy wykonać pracę:

$$W_1' = \int \frac{T_1 - T}{T} dQ = -\int_{T_1}^{T_0} \frac{T_1 - T}{T} mC_w dT = mC_W \left[T_1 \ln \frac{T_1}{T_0} - (T_1 - T_0) \right]$$

Przemianie wody o temperaturze T0 w lód o takiej samej temperaturze towarzyszy wydzielenie ciepła $Q_2=mL_t$. Na przeniesienie tego ciepła do źródła ciepła potrzebna jest praca:

$$W_2' = Q_2 \frac{T_1 - T_0}{T_0} = mL_t \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

Całkowita praca W' wykonana przez urządzenie chłodnicze jest więc sumą W_1" i W_2'

$$W' = W_1' + W_2' = mC_W \left[T_1 \ln \frac{T_1}{T_0} - (T_1 - T_0) \right] + mL_t \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych danych w zadaniu otrzymujemy wynik W'=27320J

Zadanie 16

Wykazać, że w cyklu Carnota całkowita zmiana entropii gazu doskonałego wynosi zero. Entropia początkowa gazu wynosi S_0.

Rozwiązanie

Załóżmy, że po zakończeniu cyklu entropia gazu wynosi S. Całkowita zmiana entropii w cyklu wynosi S-S0 i może być zapisana jako zmiana entropii w poszczególnych przemianach (kolejno: rozprężanie izotermiczne, rozprężanie adiabatyczne, sprężanie izotermiczne, sprężanie adiabatyczne)

$$S - S_0 = S_1 - S_0 + S_2 - S_1 + S_3 - S_2 + S - S_3$$

Dla rozprężania izotermicznego zmiana entropii wynosi:

$$S_1 - S_0 = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{pdV}{T} = \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Dla rozprężania adiabatycznego:

$$S_2 - S_1 = \int \frac{dQ}{T} = 0$$

Dla sprężania izotermicznego:

$$S_3 - S_2 = \frac{m}{\mu} R \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} = -\frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_3}{V_4}$$

Dla sprężania adiabatycznego zmiana entropii wynosi 0.

Ponieważ

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

całkowita zmiana entropii wynosi

$$S - S_0 = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 0$$

Całkowita zmiana entropii w cyklu Carnota wynosi więc zero, czego należało dowieźć.

Zadanie 17

Dwa identyczne zbiorniki o pojemności cieplnej C_p i temperaturach T_1 i T_2 ($T_1>T_2$) pracują jako źródła ciepła silnika. Wyznacz maksymalną pracę jaką może wykonać rozważany silnik. Załóż, że podczas pracy silnika ciśnienie w obydwu zbiornikach ciepła nie ulega zmianie. Silnik wraz ze zbiornikami traktujemy jako układ izolowany.

Rozwiązanie

Silnik będzie pracował do momentu wyrównania temperatur w zbiornikach ciepła. Praca wykonana będzie równa:

$$W = Q_1 - Q_2 = C_p\left(T_1 - T_k\right) - C_p\left(T_k - T_2\right) = C_p\left(T_1 + T_2 - 2T_k\right)$$

Gdzie T_k oznacza wspólną temperaturę zbiorników ciepła po wyrównaniu. Temperaturę tą możemy obliczyć korzystając z II zasady termodynamiki:

$$\Delta S_s + \Delta S_1 + \Delta S_2 \geq 0$$

Zmiana entropii silnika $\Delta S_s=0$, a zmiany entropii zbiorników ciepłą ΔS_1 i ΔS_2 możemy obliczyć z:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_k} \frac{dQ}{T} = C_p \int_{T_1}^{T_k} \frac{dT}{T} = C_p \ln\left(\frac{T_k}{T_1}\right)$$

$$\Delta S_1 = \int_{T_2}^{T_k} \frac{dQ}{T} = C_p \int_{T_2}^{T_k} \frac{dT}{T} = C_p \ln\left(\frac{T_k}{T_2}\right)$$

Podstawiając powyższe wyrażenia do drugiej zasady termodynamiki mamy:

$$\ln\left(\frac{T_k^2}{T_1 T_2}\right) \geq 0$$

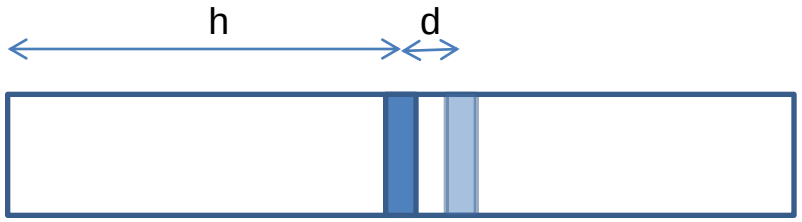
Czyli $T_k^2 \geq T_1 T_2$, Maksymalna praca zostanie wykonana gdy $T_k^2 = T_1 T_2$, Ostatecznie:

$$W_{\max} = C_p\left(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}\right)$$

Zadanie 18

W środku cylindrycznego pojemnika wypełnionego gazem o stałej adiabaty κ znajduje się tłok o masie m. Pole przekroju poprzecznego tłoka wynosi S a jego odległość od ścianek tłoka h. Początkowo ciśnienie po obu stronach tłoka wynosi p0. Tłok zostaje wychylony z położenia równowagi o d<<h i puszczony. Zakładając, że podczas ruchu tłoka gaz ulega przemianie adiabatycznej opisać ruch tłoka zaniedbując tarcie.

Rozwiązanie



Ruch tłoka powoduje różnica sił nacisku wywieranych przez gaz po obu stronach tłoka. Wypadkowa siła działająca na tłok jest równa:

$$F = S(p_1 - p_2)$$

Ruch tłoka będziemy rozpatrywali w jednowymiarowym układzie współrzędnych związanym z tłokiem o początku w środku pojemnika. Ponieważ gaz ulega przemianie adiabatycznej ciśnienia po obu stronach tłoka będzie spełniać równania

$$p_1[S(h-x)]^\kappa = p_0(Sh)^\kappa$$
$$p_2[S(h+x)]^\kappa = p_0(Sh)^\kappa$$

dla ciśnień odpowiednio po prawej i po lewej stronie tłoka. Różnica ciśnień wynosi więc:

$$p_1 - p_2 = p_0\left(\frac{1}{1-\frac{x}{h}}\right)^\kappa - p_0\left(\frac{1}{1+\frac{x}{h}}\right)^\kappa$$

Ponieważ z treści zadania wynika że x/h<<1 to prawą stronę powyższego równania możemy rozwinąć w szereg Taylora zaniedbując wyrazy rzędu wyższego niż pierwszy. Wykonując rachunki otrzymujemy:

$$p_1 - p_2 = 2p_0 \frac{x}{h}\kappa$$

Podstawiając uzyskane wyrażenie do równania na siłę i zapisując drugą zasadę dynamiki Newtona mamy:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2\frac{S}{h}p_0\kappa x$$

Jest to równanie oscylatora harmonicznego którego rozwiązaniem jest funkcja:

$$x = C\cos\left(\sqrt{2\frac{S}{h}\kappa p_0}\,t + \varphi\right)$$

Stałe C i φ możemy wyznaczyć z warunków początkowych dotyczących położenia i prędkości tłoka:

$$x(t=0) = d$$

$$\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$$

Ostateczny wynik ma postać:

$$x = d\cos\left(\sqrt{2\frac{S}{h}\kappa p_0}\,t\right)$$

Zadanie 19

Znajdź zależność ciśnienia od wysokości h nad powierzchnią ziemi. Dane: gradient temperatury dT/dh=-a, temperatura na powierzchni ziemi T_0, ciśnienie na powierzchni ziemi p_0, masa molowa powietrza μ , stała gazowa R oraz przyspieszenie ziemskie g

Rozwiązanie

Zależność temperatury od wysokości nad ziemią opisuje zależność:

$$T = T_0 - ah$$

Zakładamy, że ciśnienie zmienia się z wysokością liniowo tak, że obowiązuje poniższy związek między różniczką ciśnienia a różniczką wysokości:

$$dp = -\rho g dh$$

Z kolei gęstość powietrza możemy powiązać z temperaturą przez równanie Clapeyrona:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{N}\frac{p}{RT} = \mu \frac{p}{RT}$$

Podstawiając powyższe do wyrażenia na dp mamy:

$$dp = -\frac{\mu p}{RT} g dh$$

Po dokonaniu separacji zmiennych i wstawieniu wyrażenia na T otrzymujemy

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{R(T_0 - ah)} dh$$

Po wykonaniu obustronnego całkowania otrzymujemy rozwiązanie z dokładnością do stałej:

$$\ln p = \frac{\mu g}{Ra} \ln\left(T_0 - ah\right) + C$$

Stałą C możemy wyznaczyć wiedząc, że

$$T\left(h = 0\right) = T_0$$
$$p\left(h = 0\right) = p_0$$

Ostateczny wynik ma postać:

$$p = p_0 \exp\left(\frac{\mu g}{Ra}\right)\left(1 - \frac{ah}{T_0}\right)$$

Zadanie 20

Ciepło właściwe ciał stałych w niskich temperaturach jest proporcjonalne do sześcianu temperatury ($C \sim T^3$). Znajdź entropię ciała stałego w takich warunkach.

Rozwiązanie

Ciepło właściwe w naszym przypadku wyraża się równaniem:

$$C = \frac{dQ}{dT} = aT^3$$

gdzie a jest pewną stałą. Podstawiając powyższe do wyrażenia na różniczkę entropii mamy:

$$dS = \frac{dQ}{T} = C\frac{dT}{T} = aT^2 dT$$

Całkując dS od 0 to T i pamiętając, że zgodnie trzecią zasadą termodynamiki entropia znika w T=0 otrzymujemy poszukiwane wyrażenie na entropię:

$$S = \int_0^T aT^2 dT = \frac{1}{3}aT^3 + const = \frac{1}{3}C$$

Zadanie 21

Oblicz przyrost entropii gazu o masie m podczas przemiany od ciśnienia p_1 i temperatury T_1 do ciśnienia p_2 i temperatury T_2, Dane jest ciepło właściwe gazu przy stałej objętości C_V.

Rozwiązanie

Entropia jest funkcją stanu, więc przyrost entropii możemy obliczyć jako różnicę między wartościami entropii w stanach 1 i 2:

$$S_1 = C_V \ln T_1 + R \ln V_1$$
$$S_2 = C_V \ln T_2 + R \ln V_2$$

Objętości V_1 i V_2 możemy obliczyć z równania Clapeyrona:

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1}$$
$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2}$$

Ostatecznie, przyrost entropii jest równy:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_V \ln \frac{T_1}{T_2} + R \ln \frac{V_1}{V_2} = \left(C_V + R\right) \ln \frac{T_1}{T_2} - R \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Zadanie 22

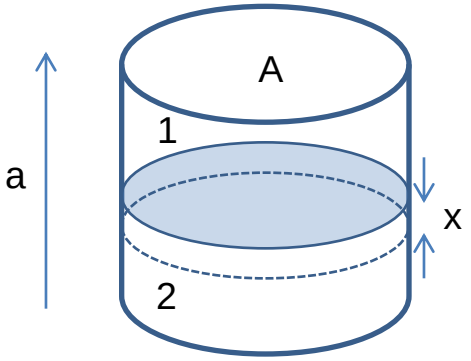
Naczynie cylindryczne podzielone jest tłokiem na dwa obszary. W każdym z nich znajduje się 1 mol gazu doskonałego o parametrach p, V. Masa tłoka wynosi m a pole powierzchni A. W pewnym momencie naczynie zaczęło się poruszać ze stałym przyspieszeniem a w kierunku prostopadłym do płaszczyzny tłoka. Wiedząc, że tłok w naczyniu może poruszać się bez tarcia a temperatura gazu nie ulega zmianie, znajdź przesunięcie tłoka oraz zmianę entropii w tym procesie.

Rozwiązanie

Dla obszarów 1 i 2 możemy napisać korzystając z równanie Clapeyrona:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{V_1}{V} = \frac{V - Ax}{V}$$

$$\frac{p}{p_1} = \frac{V_2}{V} = \frac{V + Ax}{V}$$



Gdzie x oznacza przesunięcie tłoka. Na tłok działają siły pochodzące od gazu w obszarach 1 i 2 oraz siła bezwładności F_b:

$$F_1 = p_1 A = \frac{pAV}{V - Ax}$$

$$F_2 = p_2 A = \frac{pAV}{V + Ax}$$

$$F_b = ma$$

W sytuacji gdy tłok nie porusza się względem naczynia działające na niego siły się równoważą:

$$F_1 - F_2 - F_b = \frac{pAV}{V - Ax} - \frac{pAV}{V + Ax} - ma = 0$$

Ostatnie równanie jest równaniem kwadratowym, które możemy zapisać w postaci:

$$maA^2x^2 + 2pA^2Vx - maV^2 = 0$$

Równanie to posiada dwa pierwiastki:

$$x_1 = \frac{V\sqrt{p^2A^2 + m^2a^2} - pAV}{maA}$$

$$x_2 = \frac{-V\sqrt{p^2A^2 + m^2a^2} - pAV}{maA}$$

Drugi pierwiastek jest ujemny i reprezentuje nie fizyczne rozwiązanie. Poszukiwane wyrażenie na przesunięcie tłoka ma więc postać pierwiastka x_1.

Zmiana entropii wynika jedynie ze zmiany objętości gazu w obszarach 1 i 2 (z treści zadania wynika, że temperatura gazu jest stała). Całkowita zmiana entropii jest równa sumie jej zmian w obszarach 1 i 2:

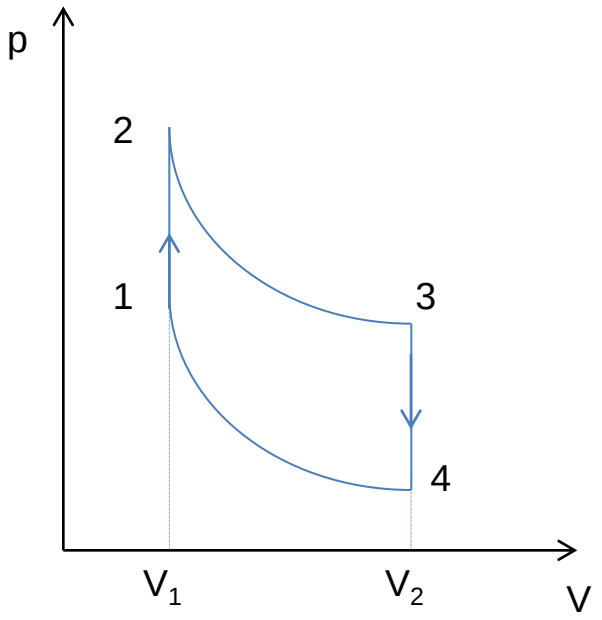
$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = R\ln\frac{V_1}{V} + R\ln\frac{V_2}{V} = R\ln\left(\frac{V - Ax}{V}\frac{V + Ax}{V}\right) = R\ln\left(\frac{V^2 - A^2x^2}{V^2}\right)$$

Zadanie 23

Oblicz sprawność cyklu Otto przebiegającego między objętościami V_1 i V_2 dla gazu o wykładniku adiabaty κ

Rozwiązanie

Cykl Otto składa się z dwóch adiabat oraz dwóch izochor (rysunek). Podczas przemian adiabatycznych (2-3 i 4-1) układ nie wymienia ciepła z otoczeniem. Ciepło jest pobierane w przemianie izochorycznej 1-2 i oddawane w przemianie izochorycznej 3-4. Ciepło Q_1 pobrane w przemianie 1-2 wynosi:



$$Q_1 = C_V\left(T_2 - T_1\right)$$

natomiast wartość ciepła oddanego oddane w przemianie 3-4 wynosi:

$$Q_2 = C_V\left(T_3 - T_4\right)$$

Sprawność cyklu zdefiniowana jest jako stosunek pracy wykonanej do ciepłą pobranego. Wykonana w cyklu praca jest równa różnicy między ciepłe pobranym a oddanym dlatego:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Nieznane wartości temperatur możemy wyznaczyć zapisując równania adiabaty dla przemian 2-3 i 4-1 w zmiennych T i V:

$$T_2 V_1^{\kappa-1} = T_3 V_2^{\kappa-1}$$
$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_4 V_2^{\kappa-1}$$

Dokonując prostych przekształceń powyższych równań poszukiwany stosunek różnic temperatur wynosi:

$$\frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$$

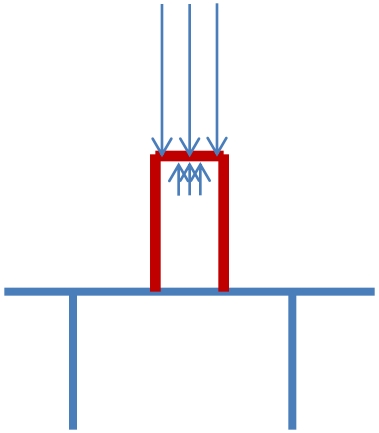
Ostateczne wyrażenie na sprawność cyklu Otto ma więc postać:

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$$

Warto zwrócić uwagę, że sprawność cyklu Otto zbliża się do maksymalnej (wynoszącej 1) wtedy gdy rośnie objętość V_2 w stosunku do objętości V_1. Cykl Otto oddaje w przybliżeniu istotę działania silnika czterosuwowego (benzynowego) z zapłonem iskrowym.

Zadanie 24

Z wnętrza cylindrycznego naczynia odwróconego dnem do góry i postawionego na stole odpompowano powietrze do ciśnienia p = 0.1 p0. Jaką siłą należy działać, aby odłączyć to naczynie od stołu przyjmując współczynnik tarcia pomiędzy naczyniem a stołem f=0.2 . Naczynie ma promień podstawy r = 10 cm a jego masa wynosi 0.25 kg.



Siły działające na boki naczynia równoważą się.

$$F = p_0\,\pi\,r^2 - p\,\pi\,r^2 = 0.9p_0\,\pi r^2$$

$$F = 2.87 \cdot 10^3 N$$

Siła ciężkości jest nie istotna.

Aby oddzielić naczynie, należy je przesunąć wzdłuż powierzchni stołu.

Oderwanie naczynia wymagałoby siły 5 razy większej.

$$F_x = fF = 1.435 \cdot 10^2\ N$$

Zadanie 25

Gaz doskonały o cieple molowym przy stałej objętości C_v rozpręża się według przemiany, w której ciśnienie p jest proporcjonalne do kwadratu objętości V, tj. $p = \alpha V^2$ (α jest dane). Oblicz ciepło molowe C_{mol} takiej przemiany.

$$dU = \delta Q + \delta W$$

$$n\,c_v\,dT = n\,c_{mol}\,dT - pdV$$

$$p\,V = nRT \qquad \alpha\,V^3 = nRT \qquad 3\alpha\,V^2\,dV = nR\,dT$$

$$3p\,dV = nR\,dT$$

$$n\,c_v\,dT = n\,c_{mol}\,dT - \frac{nR}{3}\,d\mathrm{T}$$

$$c_v = c_{mol} - \frac{R}{3}$$

$$c_{mol} = c_v + \frac{R}{3}$$

Zadanie 25

Ciepło molowe gazu doskonałego zmienia się w pewnej przemianie według wzoru: $c_{mol} = c_v + a/T$. Znaleźć równanie tej przemiany p(V). Parametr a przyjąć jako dany.

$$c_{mol} = \frac{\delta Q}{n\,dT} = \frac{n\,c_v\,dT + p\,dV}{n\,dT} = c_v + \frac{p\,dV}{n\,dT}$$

$$c_v + \frac{a}{T} = c_v + \frac{p\,dV}{n\,dT}$$

$$\frac{a}{T} = \frac{RT\,dV}{V\,dT} \qquad \frac{a\,dT}{R\,T^2} = \frac{dV}{V}$$

$$-\frac{a}{R\,T} = lnV + const. \qquad -\frac{a\,n}{pV} = lnV + const.$$

$$\ln\left(e^{-\frac{a\,n}{pV}}\right) = lnV\ + const.$$

$$\ln\left(\frac{e^{-\frac{a\,n}{pV}}}{V}\right) = const.$$

Równanie przemiany:

$$\frac{e^{-\frac{a\,n}{pV}}}{V} = \mathrm{const.}$$

Zadanie 26

Mamy dwa identyczne ciała o temperaturach początkowych T_1 i T_2 ($T_1 < T_2$). Wykorzystując te ciała jako chłodnica i grzejnica dla cyklu Carnota doprowadzamy do wyrównania się temperatur tych ciał. Jaka będzie wartość temperatury końcowej tych ciał? Jaka byłaby temperatura końcowa, gdyby zetknąć te ciała w odizolowanym cieplnie naczyniu?

W pierwszym przypadku proces jest odwracalny więc entropia jest stała. W drugim przypadku proces jest nieodwracalny ale układ obu ciał jest izolowany,
więc energia wewnętrzna będzie stała.

I przypadek.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0$$

$$\int_{T_1}^{T_x} \frac{dQ_1}{T} + \int_{T_2}^{T_x} \frac{dQ_2}{T} = 0$$

$$\int_{T_1}^{T_x} \frac{n\, c_w\, dT}{T} + \int_{T_2}^{T_x} \frac{n\, c_w\, dT}{T} = 0$$

$$\ln\left(\frac{T_x}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{T_2}{T_x}\right)$$

$$\frac{T_x}{T_1} = \frac{T_2}{T_x}$$

$$T_x = \sqrt{T_1\, T_2}$$

II przypadek

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 = 0$$

$$\int_{T_1}^{T_x} n\, c_w\ \ dT + \int_{T_2}^{T_x} n\, c_w\ \ dT = 0$$

$$T_x\ - T_1 = T_2\ - T_x \qquad\qquad 2T_x\ = T_2 + T_1$$

$$T_x\ = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

Zadanie 27

Pompa ciepła o wydajności ε=400% pracuje pomiędzy temperaturami t_1 = 7 °C i t_2 = 22 °C , wykonując pracę W=1kJ w czasie τ = 0.5 h. O ile więcej ciepła przekazywałaby do układu idealna pompa ciepła w tym samym czasie pracująca pomiędzy tymi samymi temperaturami i wykonująca tę samą pracę?

$$\varepsilon = \frac{Q_{odd}}{W}$$

$$\varepsilon_{id} = \frac{Q'_{odd}}{W'} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \qquad W = W' \qquad T_{1,2} = 273 + t_{1,2}$$

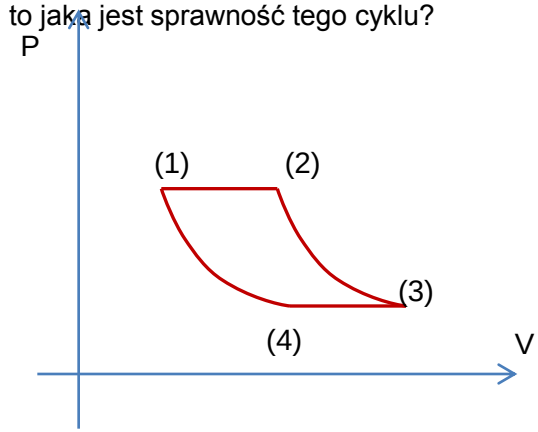
$$x = Q'_{odd} - Q_{odd} = (\varepsilon_{\mathrm{id}} - \varepsilon)\mathrm{W} = \left(\frac{T_1}{T_2 - T_1} - \varepsilon\right)\mathrm{W}$$

$$x = 15.67\ kJ$$

Zadanie 28

Działanie silnika samochodowego benzynowego (czterosuw) można przybliżyć cyklem składającym się z dwóch adiabat i dwóch izobar. Jeśli znany jest stosunek ciśnienia maksymalnego do minimalnego w tym cyklu a=10 oraz znamy stosunek cp/cv = κ=1.3 , to jaka jest sprawność tego cyklu?

$$\frac{p_{max}}{p_{min}} = a$$



$$\eta = 1 - \frac{|Q_{oddane}|}{Q_{pobrane}} = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{nc_p(T_3 - T_4)}{nc_p(T_2 - T_1)}$$

$$p_{max}V_1^{\kappa} = p_{min}V_4^{\kappa}$$

$$p_{max}V_2^{\kappa} = p_{min}V_3^{\kappa}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

Ponieważ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ oraz $\frac{V_4}{V_3} = \frac{T_4}{T_3}$ to $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$

$$\eta = 1 - \frac{T_3\left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right)}{T_2\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)} = 1 - \frac{T_3}{T_2}$$

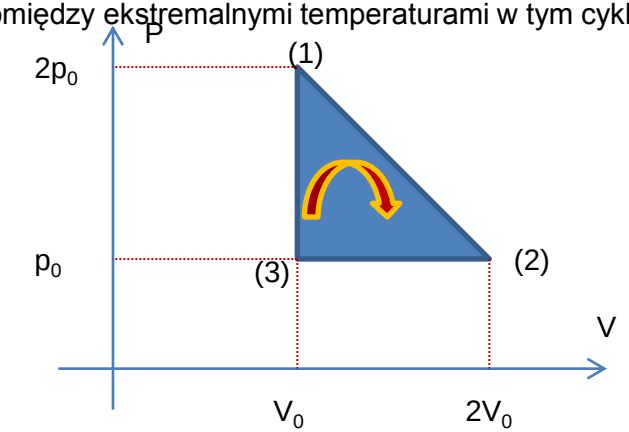
$$p_{max}V_2^{\kappa} = p_{min}V_3^{\kappa} \qquad a = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa} \qquad a^{-\frac{1}{\kappa}} = \frac{V_2}{V_3}$$

$$T_2V_2^{\kappa-1} = T_3V_3^{\kappa-1} \qquad \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\kappa-1} \qquad \eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\kappa-1} = 1 - a^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 0.412$$

$$\eta = 41.2\%$$

Zadanie 29

Jednoatomowy gaz doskonały podlega przemianie cyklicznej przedstawionej na rys. Dane są ciśnienie p_0 oraz objętość V_0. Obliczyć sprawność tego cyklu oraz porównać ją ze sprawnością cyklu Carnota pracującego pomiędzy ekstremalnymi temperaturami w tym cyklu.



$$W = \frac{1}{2}(2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = \frac{p_0V_0}{2}$$

$$Q_{pobrane} = Q_{12} + Q_{31}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} = 0 - \left[-\frac{1}{2}(2p_0 + p_0)V_0\right]$$

$$Q_{31} = nc_v(T_1 - T_3) = n\,c_v\left(\frac{2p_0\,V_0}{nR} - \frac{p_0\,V_0}{nR}\right)$$

$$\eta = \frac{W}{Q_{pobrane}} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{3}{2}p_0V_0 + \frac{c_v}{R}p_0V_0} = \frac{1}{6}$$

Maksymalna temperatura jest w środku odcinka (1)(2) a minimalna w punkcie (3).

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{\frac{p_0V_0}{nR}}{\frac{\frac{3}{2}p_0\frac{3}{2}V_0}{nR}} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\eta_c}{\eta} = \frac{30}{9} = 3{,}33$$

Zadanie 30

Porcja n = 5 moli jednoatomowego gazu doskonałego rozszerza się tak, że ciśnienie jest wprost proporcjonalne do objętości gazu. Znaleźć zmianę entropii, jeżeli objętość gazu wzrosła a = 3 krotnie.

$$pV = nRT \qquad p = \alpha\, V$$

$$\alpha\, V^2 = nR\, T$$

$$dS = \frac{n\, c_v\, dT + pdV}{T}$$

$$\Delta S = \int dS = nc_v \int_{T_0}^{T_k} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_0}^{V_k} \frac{dV}{V} = n\, c_v \ln\left(\frac{T_k}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V_k}{V_0}\right)$$

$$\frac{T_k}{T_0} = \frac{V_k^2}{V_p^2} = a^2$$

$$\Delta S = nc_v \ln a^2 + nR \ln a = 3nR \ln a + nR \ln a = 4\, nR \ln a$$

$$\Delta S = 182.58 \frac{J}{K}$$

Zadanie 31

Ciało o masie m_1, cieple właściwym c_1 i temperaturze T_1 zetknięto w układzie izolowanym cieplnie z drugim ciałem o takiej samej masie, cieple właściwym c_2 i temperaturze T_2. Obliczyć zmianę entropii układu po wyrównaniu się temperatur.

$$\delta Q_1 + \delta Q_2 = 0 \qquad \delta Q_i = m\, c_i\, dT$$

Po scałkowaniu:

$$mc_1\,(T_x - T_1) = m\, c_2\,(T_2 - T_x)$$

Temperatura końcowa:

$$T_x = \frac{c_1\, T_1 + c_2\, T_2}{c_1 + c_2}$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \qquad \Delta S = \int_{T_1}^{T_x} \frac{m\, c_1 dT}{T} + \int_{T_2}^{T_x} \frac{m\, c_2 dT}{T} = m\, c_1 \ln\left(\frac{T_x}{T_1}\right) + m\, c_2 \ln\left(\frac{T_x}{T_2}\right)$$

Zadanie 32

Znaleźć zmianę entropii przy izobarycznym rozszerzaniu 8 g wodoru od objętości V_1=10 l do objętości V_2=25 l.

Masa molowa wodoru

$$\mu = 2\frac{g}{mol}$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU - \delta W}{T} = \frac{dU + pdV}{T} = \frac{n\, c_v\, dT}{T} + \frac{nR\, dV}{V}$$

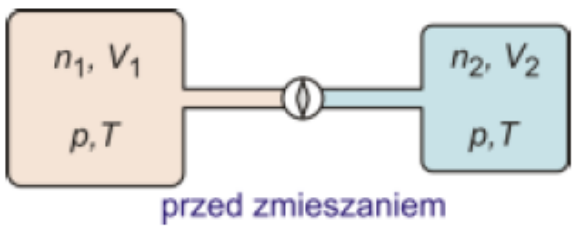
$$\Delta S = n\left[c_v \int \frac{dT}{T} + R \int \frac{dV}{V}\right] \qquad pV = nRT \qquad p\, dV = nR\, dT$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = n\left[(c_v + R) \int \frac{dV}{V}\right] = \mathrm{n}(\mathrm{c_v} + \mathrm{R}) \int_{V_p}^{V_k} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{7}{2} R \ln\left(\frac{V_k}{V_p}\right) = 106.6\frac{J}{K}$$

Zadanie 33

Oblicz zmianę entropii w procesie zmieszania n_1 = 4 moli azotu i n_2 = 6 moli dwutlenku węgla. Ciśnienia i temperatury gazów przed zmieszaniem były takie same.



$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU - \delta W}{T} = \frac{0 - \delta W}{T} = \frac{p\,dV}{T} = -\frac{V dp}{T}$$

$$\Delta S = -nR \int \frac{dp}{p} = -nR \ln\left(\frac{p_k}{p}\right) \qquad \Delta S_1 = -n_1 R \ln\left(\frac{p_1}{p}\right) \qquad \Delta S_2 = -n_2 R \ln\left(\frac{p_2}{p}\right)$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -n_1 R \ln\left(\frac{p_1}{p}\right) - n_2 R \ln\left(\frac{p_2}{p}\right) \qquad \frac{p_1}{p} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \qquad \frac{p_2}{p} = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$$

Ponieważ, $p_1 V = n_1 R T \qquad p_2 V = n_2 R T$

Stąd: $$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -n_1 R \ln\left(\frac{n_1}{n_1 + n_2}\right) - n_2 R \ln\left(\frac{n_2}{n_1 + n_2}\right) = 55.93\ J/K$$

Zadanie 34

Obliczyć zmiany entalpii i entropii związane z ogrzaniem n=1 mola NaCl od temperatury t_1=20°C do temperatury t_2=350°C jeśli wiadomo, że ciepło molowe stałego NaCl dane jest zależnością: c_P=a + bT , gdzie a= 45.9 J/(mol K) , b=16,3 10^{-3} J/mol.

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{n\, c_p\, dT}{T} = n \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{a}{T} + b\right) dT$$

$$\Delta S = n\, [a\, \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + b(T_2 - T_1)] \qquad T_{1,2} = t_{1,2} + 273$$

$$\Delta S = 40{,}3 \frac{J}{K}$$

Zadanie 35

Obliczyć zmianę entropii w przemianie m=0.9 kg lodu o temperaturze t_0 =0°C w wodę, a następnie w parę wodną o temperaturze t_k=150°C pod ciśnieniem normalnym. Ciepła molowe dla wody i pary wodnej wynoszą odpowiednio c_w = 75,3 i c_p = 9,2 J/mol.K. Ciepło topnienia lodu wynosi c_t = 6,00 kJ/mol, a ciepło parowania wody (w temperaturze 100 ^{o}C) wynosi c_{pa} = 40,6 kJ/mol.

Masa molowa wody $\mu = 18\ \mathrm{g/mol}$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4$$

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}\left(\frac{c_t}{T_0} + \int_{T_0}^{T_{100}} \frac{c_w\, dT}{T} + \frac{c_{pa}}{T_{100}} + \int_{T_{100}}^{T_k} \frac{c_p\, dT}{T}\right) \qquad T_{0,100,k} = t_{0,100,k} + 273$$

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}\left(\frac{c_t}{T_0} + c_w \ln\left(\frac{T_{100}}{T_0}\right) + \frac{c_{pa}}{T_{100}} + c_p \ln\left(\frac{T_k}{T_{100}}\right)\right)$$

$$\Delta S = 7.77 \frac{kJ}{K}$$

Zadanie 36

W domu zamontowano nowe okna plastikowe o współczynniku przewodności cieplnej k=0.6 W/(m K). Ile ciepła wydostaje się na zewnątrz przez to okno w ciągu jednej doby, jeżeli okno ma powierzchnię S = 2 m^2 i grubość d = 5 cm a na zewnątrz temperatura jest niższa o Δt = 30 ^oC w stosunku do temperatury wewnątrz domu.

J_Q - strumień ciepła

$$J_Q = -k\frac{dT}{dx} \qquad J_Q \approx -k\frac{\Delta T}{\Delta x} = k\,\frac{\Delta t}{d}$$

$$Q = J_Q\,S\,\tau \qquad Q = J_Q\,S\,\tau \qquad Q = k\,\frac{\Delta t}{d}\,S\,\tau$$

Gdzie $\tau = 24\,h$

$$Q = k\,\frac{\Delta t}{d}\,S\,\tau = 17{,}28\ \text{kWh} = 62{,}208\ 10^6\ \text{J}$$

Zadanie 37

Przez rurkę miedzianą o promieniu r= 2 cm przepływa woda o temperaturze t_1=60 ^oC. Jak zmieni się ilość traconego ciepła, jeśli rurkę zaizolujemy warstwą o grubości D =1 cm materiałem o współczynniku przewodności cieplnej k=0.4 W/(K m). Rurka ma długość l=4 m, grubość ścianki rurki wynosi d=1mm a k_{Cu} = 394 W/(K m). Temperatura w pomieszczeniu, przez które przebiega ta rurka wynosi t_2 =7 ^oC.

$$J_Q = k_{Cu}\,\frac{T_1 - T_2}{d}\,St$$

Strumień ciepła przez powierzchnię rurki nieizolowanej w czasie t.

$$S = 2\pi r\,l$$

Strumień ciepła przez kolejne warstwy rurki izolowanej w czasie t.

$$J_{Q1} = k_{Cu}\,\frac{T_1 - T_x}{d}\,St \qquad J_{Q2} = k\,\frac{T_x - T_2}{D}\,St$$

T_x – temperatura na granicy warstw

$$J_{Q1} = J_{Q2}$$

$$T_x = \frac{\frac{k_{Cu}}{d} T_1 + \frac{k}{D} T_2}{\frac{k}{D} + \frac{k_{Cu}}{d}} = \frac{D k_{Cu} T_1 + d k T_2}{d k + D k_{Cu}}$$

$$x = \frac{J_{Q1}}{J_Q} = \frac{T_1 - T_x}{T_1 - T_2} = \frac{dk}{dk + Dk_{Cu}} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$$

Dokładniejsze obliczenia wymagają uwzględnienia radialnego rozpływu ciepła.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 1

Podczas izotermicznego rozprężania masy m wodoru o objętości V i ciśnieniu p została wykonana praca W. Określić końcowe parametry gazu p_2, V_2 i T_2, jeżeli po izotermicznym rozprężeniu wodór sprężono adiabatycznie, a wykonana praca sprężania była równa co do wartości bezwzględnej pracy rozprężania izotermicznego. Masa cząsteczkowa gazu wynosi μ, a wykładnik adiabaty wynosi κ.

Odpowiedź

$$T_2 = \frac{pV\mu}{Rm}\left[1+\frac{W(\kappa-1)}{pV}\right]$$

$$V_2 = \frac{V\exp(W/pV)}{\left[1+\frac{W(\kappa-1)}{pV}\right]^{\frac{1}{\kappa-1}}}$$

$$p_2 = \frac{p\left[1+\frac{W(\kappa-1)}{pV}\right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{\exp(W/pV)}$$

Zadanie 2

Podczas rozprężania wodór wykonał pracę W. Obliczyć ilość ciepła, jaka została dostarczona jeżeli gaz rozszerzał się: a) izobarycznie, b) izotermicznie. Dane są: ciepło molowe wodoru w warunkach stałej objętości CV oraz u uniwersalna stała gazowa.

Odpowiedź

$$a)Q = W\left(\frac{C_V}{R}+1\right)$$

$$b)Q = W$$

Zadanie 3

Dwa identyczne układy o temperaturze T_p i pojemności cieplnej C_p są źródłami ciepła pewnej chłodziarki. Oblicz ile wynosi minimalna praca, jaką należy wykonać aby jeden ze zbiorników ciepłą ochłodzić do temperatury $T_2<T_p$. Zakładamy, że podczas pracy chłodziarki ciśnienie obu zbiorników ciepła pozostaje niezmienne.

Odpowiedź

$$W_{\min} = C_p \frac{\left(T_p - T_2\right)^2}{T_2}$$

Zadanie 4

Znajdź ciepło molowe C dla gazu doskonałego rozszerzającego się zgodnie z prawem p^2V=const. Dane jest ciepło molowe gazu przy stałej objętości C_V.

Odpowiedź

$$C = C_V + 2R$$

Zadanie 5

Znajdź ciepło molowe C dla gazu doskonałego rozszerzającego się zgodnie z prawem pV^2=const. Dane jest ciepło molowe gazu przy stałej objętości C_V.

Odpowiedź

$$C = C_V - R$$

Zadanie 6

Znajdź równania opisujące przyrost entropii gazu doskonałego w podstawowych przemianach termodynamicznych:

a) izotermicznej, b) izobarycznej, c) izochorycznej, d) adiabatycznej

Odpowiedź

$$a)\Delta S = nR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$b)\Delta S = C_p n\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$c)\Delta S = C_V n\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$d)\Delta S = 0$$

Zadanie 7

Oblicz ciepło molowe gazu doskonałego w przemianie politropowej, w której temperatura gazu jest proporcjonalna do kwadratu objętości. Dany jest wykładnik adiabaty κ oraz stała gazowa R.

Odpowiedź

$$C = \frac{R(\kappa+1)}{2(\kappa-1)}$$

Zadanie 8

Znajdź związek między objętością V i temperaturą T w przemianie gazu doskonałego podczas której ciepło właściwe C jest proporcjonalne do temperatury (C=aT). Dane są: stała proporcjonalności a, wykładnik adiabaty κ oraz stała gazowa R.

Odpowiedź

$$VT^{\frac{1}{\kappa-1}}e^{-\frac{aT}{R}} = const$$

Zadanie 9

Gaz doskonały o objętości V_1 i ciśnieniu p rozprężył się izotermicznie do objętości V_2. Oblicz różnicę ciśnień końcowych jeśli gaz będzie rozprężał się nie izotermicznie ale adiabatycznie od V_1 i p do V_2. Dany jest wykładnik adiabaty κ.

Odpowiedź

$$\Delta p = p\frac{V_1}{V_2}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}\right]$$

Zadanie 10

Gaz będący pod ciśnieniem p_1 sprężono adiabatycznie do ciśnienia p_2. Jakie będzie ciśnienie p_3 jeśli sprężony gaz zostanie oziębiony w warunkach stałej objętości do temperatury początkowej? Dany jest wykładnik adiabaty κ.

Odpowiedź

$$p_3 = p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} p_2^{\frac{1}{\kappa}}$$

Zadanie 11

Najmniejsza objętość gazu wykonującego cykl Carnota wynosi V_1. Na końcu izotermicznego rozprężania objętość wynosi V_2 a na końcu izotermicznego sprężania V_4. Ile wynosi największa objętość gazu podczas cyklu?

Odpowiedź

$$V = \frac{V_2 V_4}{V_1}$$

Zadanie 12

Gaz o masie m w temperaturze T zajmuje objętość V. W wyniku izotermicznego sprężania temperatura wzrosła do T_1 a ciśnienie do p_2. Obliczyć stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego w stałej objętości C_p/C_V. Masa molowa gazu wynosi μ.

Odpowiedź

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{\ln \frac{mRT}{\mu V p_1}}{\ln \frac{mRT}{\mu V p_1} - \ln \frac{T}{T_1}}$$

Zadanie 13

Podczas adiabatycznego rozprężania gazu objętość wzrosła od V_1 do V_2. Oblicz pracę jaką wykonał gaz podczas rozprężania jeśli ciśnienie końcowe wynosi p_2. Dane są: ciepło właściwe przy stałej objętości C_p, masa molowa gazu μ oraz stała gazowa R.

Odpowiedź

$$W = \frac{p_2 V_2 \left(\mu C_p - R\right)}{R} \left[\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{R}{\mu C_p - R}} - 1 \right]$$

Zadanie 14

Cykl roboczy silnika składa się z następujących przemian:

1) izochorycznego sprężania gazu od ciśnienia p_0 do p_1

2) izobarycznego rozprężania się gazu od objętości V_0 do V_1

3) adiabatycznego rozprężania się gazu od objętości V_1 do V_2,

4) izochorycznego rozprężania gazu do ciśnienia początkowego p_0,

5) izobarycznego sprężania gazu do początkowej objętości V_0.

Obliczyć pracę W wykonywaną przez ten silnik podczas każdego cyklu, jeżeli $V_0=0.5*10^{-3}$ m^3, $V_1=1.5*10^{-3}$ m^3, $V_3=3.0*10^{-3}$ m^3, a wykładnik adiabaty κ wynosi 4/3.

Odpowiedź

$$W = p_1(V_1 - V_0) + \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa - 1}\right] - p_0(V_2 - V_0) = 1920J$$

Zadanie 15

W wyniku rozprężania politropowego objętość gazu zwiększyła się k razy, a ciśnienie i temperatura osiągnęły wartość p_2 i T_2. Znaleźć temperaturę początkową T_1 oraz objętość właściwą gazu V_w jeżeli wykładnik politropy wynosi n. Dana jest masa cząsteczkowa gazu μ oraz stała gazowa R.

Odpowiedź

$$T_1 = T_2 k^{n-1}$$

$$V_W = \frac{R}{\mu}\frac{T_2}{p_2 k}$$

Zadanie 16

Przy rozprężaniu politropowym gazu objętość jego wzrosła od wartości V_1 do V_2. Obliczyć zmianę energii wewnętrznej oraz ilość ciepła pobranego , jeżeli ciśnienie początkowe gazu wynosiło p_1. Ciepło właściwe gazu w warunkach stałej objętości wynosi C_V. Masa jednego mola tlenu jest równa μ. Wykładnik politropy - n, uniwersalna stała gazowa - R.

Odpowiedź

$$\Delta U = \frac{C_V p_1 V_1 \mu}{R}\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} - 1\right]$$

$$Q = p_1 V_1 \left(\frac{\mu C_V}{R} - \frac{1}{n-1}\right)\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} - 1\right]$$

Zadanie 17

Gaz sprężono politropowo tak, te jego objętość zmniejszyła się od wartości V_1 do V_2, ciśnienie zaś wzrosło k razy. Obliczyć pojemność cieplną C , jeżeli ciśnienie końcowe i temperatura gazu były równe odpowiednio p_2 oraz T_2. Liczba stopni swobody cząsteczki helu jest równa z.

Odpowiedź

$$C = \frac{z p_2 V_2}{2T_2}\left(1 + \frac{\frac{2}{z}}{1 - \frac{\ln k}{\ln \frac{V_1}{V_2}}}\right)$$

Zadanie 18

Przy politropowym sprężaniu masy m helu siły zewnętrzne wykonały pracę W. Obliczyć zmianę temperatury i energii wewnętrznej helu w tym procesie, jeżeli wykładniki adiabaty i politropy są równe odpowiednio κ i n. Ciepło właściwe helu przy stałym ciśnieniu wynosi C_p

Odpowiedź

$$\Delta T = -\frac{W(n-1)\kappa}{mC_p(\kappa-1)}$$

$$\Delta U = -\frac{W(n-1)}{(\kappa-1)}$$

Zadanie 19

Określić parametry stanu gazu doskonałego na początku i końcu rozprężania adiabatycznego w cyklu Carnota przebiegającego między temperaturami T_1 i T_2. Dane są: ciśnienie w stanie początkowym oraz wykładnik adiabaty κ oraz stała gazowa R.

Odpowiedź

$$V_2 = \frac{RT_1}{p_2}$$

$$V_3 = \frac{RT_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{p_2 T_2^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}$$

$$p_3 = p_2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Zadanie 20

Dla cyklu Carnota opisanego w poprzednim zadaniu oblicz pracę wykonaną przez gaz w trakcie rozprężania.

Odpowiedź

$$W = \frac{R}{\kappa - 1}\left(T_1 - T_2\right)$$

Zadanie 21

Masa m azotu wykonuje cykl składający sie z dwóch izochor i dwóch izobar. Dane są: początkowa objętość gazu V_1, ciśnienia p_1 i p_2 , temperatura T_3, mas cząsteczkowa azotu μ oraz stałą gazowa R. Oblicz sprawność cyklu Carnota, którego izotermy charakteryzują się skrajnymi temperaturami rozpatrywanego cyklu.

Odpowiedź

$$\eta = 1 - \frac{p_1 V_1 \mu}{m R T_3}$$

Zadanie 22

Gaz o liczbie stopni swobody z podgrzano w warunkach stałej objętości tak, ze jego ciśnienie zwiększyło się k razy. Następnie gaz rozprężył się adiabatycznie do ciśnienia początkowego i wreszcie został sprężony izobarycznie do objętości początkowej. Znaleźć sprawność η tego cyklu.

Odpowiedź

$$\eta = 1 - \frac{\frac{z+2}{z}\left(k^{\frac{z}{z+2}} - 1\right)}{k - 1}$$

Zadanie 23

Ciepło właściwe ciała stałego w wysokich temperaturach można obliczyć z zależności empirycznej: C= a + bT. Oblicz zmianę entropii ciała stałego o masie m przy ogrzewaniu od temperatury T_1 do T_2.

Odpowiedź

$$\Delta S = m\left[a \ln \frac{T_2}{T_1} + b\left(T_2 - T_1\right)\right]$$

Zadanie 24

Obliczyć zmianę entropii ΔS przy przejściu masy m lodu o temperaturze T_1 w parę wodną o temperaturze T_2 pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym. Ciepło właściwe lodu C_l, ciepło właściwe wody C_w, ciepło topnienia lodu L_t, ciepło właściwe parowania wody L_p. Temperatura topnienia lodu wynosi T_0.

Odpowiedź

$$\Delta S = mC_l \ln \frac{T_0}{T_1} + m\frac{L_t}{T_0} + mC_w \ln \frac{T_2}{T_0} + m\frac{L_p}{T_2}$$

Zadanie 25

Do masy m_1 wody o temperaturze T_1 wrzucono masę m_2 miedzi ogrzanej do temperatury T_2. Obliczyć zmianę entropii tego układu po ustaleniu się temperatury. Założyć, te straty cieplne nie występują oraz , że pojemność cieplną naczynia, w którym znajduje się woda można pominąć. Ciepła właściwe wody i miedzi są równe odpowiednio C_w i C_m.

Odpowiedź

$$\Delta S = m_1 C_w \ln \frac{T_x}{T_1} + m_2 C_m \ln \frac{T_x}{T_2} \qquad T_x = \frac{m_1 T_1 C_w + m_2 T_2 C_m}{m_1 C_w + m_2 C_m}$$

Zadanie 26

Korzystając z równania adiabaty pV^{κ}=const wyprowadź wyrażenie na ściśliwość gazu doskonałego w procesie adiabatycznym. Ściśliwość adiabatyczną definiuje się jako : $\kappa_s = -\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S \Big/ V$

Odpowiedź

$$\kappa_s = \frac{1}{\kappa p}$$

Zadanie 27

W naczyniu o ściankach uniemożliwiających wymianę ciepła z otoczeniem i objętości V znajduje się powietrze o temperaturze T. W jednej ze ścianek zrobiono mały otwór, przez który powietrze może swobodnie przepływać na zewnątrz i do wewnątrz naczynia. Znając stałe ciśnienie otoczenia p oraz ciepło właściwe powietrza C_p oblicz ile potrzeba ciepła na ogrzanie powietrza w naczyniu do temperatury T_1.

Odpowiedź

$$Q = \frac{pVC_p}{R} \ln \frac{T_1}{T}$$

Zadanie

Wodór o masie m i ciśnieniu p został ogrzany izochorycznie tak, że jego cieśninie wzrosło trzykrotnie. Znajdź zmianę entropii w takim procesie. Dane są masa molowa wodoru μ oraz ciepło właściwe C_V.

Odpowiedź

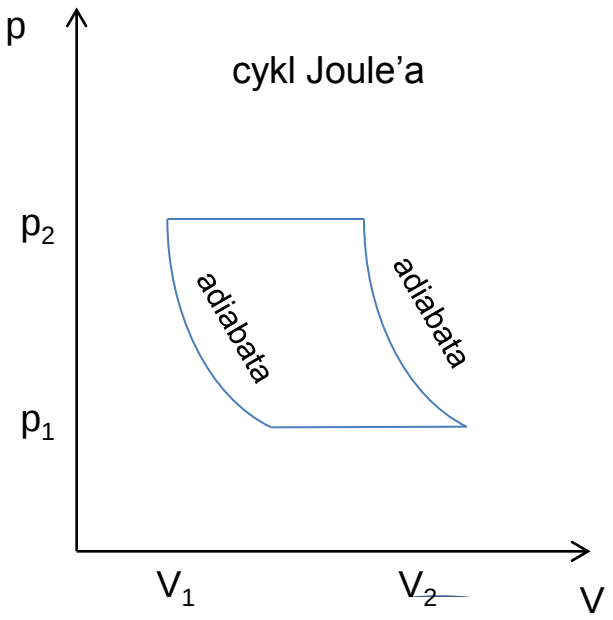
$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln 3$$

Zadanie 28

Znajdź sprawność cyklu Joule'a (rysunek).

Odpowiedź

$$\eta = 1 - \left(\frac{p1}{p2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

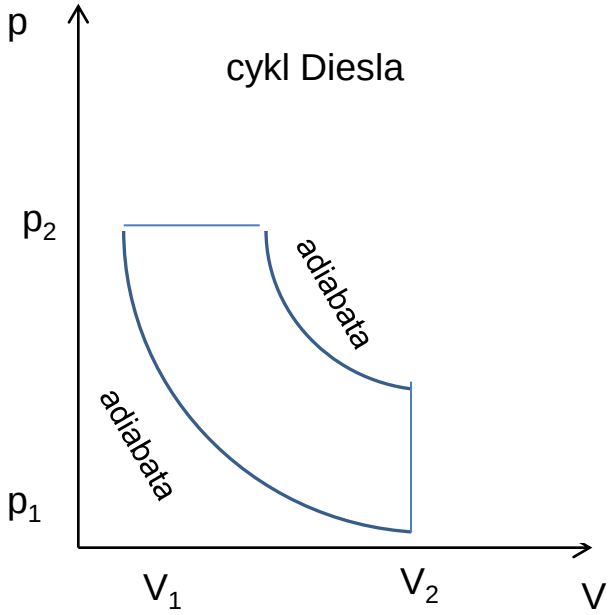


Zadanie 29

Znajdź sprawność cyklu Diesla (rysunek).

Odpowiedź

$$\eta = 1 - \frac{1}{\kappa}\frac{(V_2/V_1)^{\kappa} - (V_3/V_1)^{\kappa}}{(V_2/V_1) - (V_3/V_1)}$$



Zad.30 Dorosły człowiek spożywa dziennie posiłki o łącznej kaloryczności ok. 2400 kcal. Na jak wysoką górę powinien wejść aby wydatkować całą tę energię? Ile razy powinien podnieść 20 kilogramową sztangę na wysokość 2m aby pozbyć się tej energii. Przyjąć masę człowieka jako 80 kg.
Odp. H=12,57 km , n= 25140 razy (1kcal = 4.19 kJ).

Zad.31 Ile ciepła należy dostarczyć, aby ogrzać 20 kg glinu od temperatury T_0 = 290 K do T_k = 500 K. Ciepło molowe glinu zależy od temperatury w tym przedziale temperatur w następujący sposób: C_p =(20,67 + 12,39·10^{-3} (1/K)T)(J/mol K). Masa molowa glinu μ_{Al} = 27 g/mol.
Odp. Q = (m/μ_{Al}) $[a(T_k-T_0) +(b/2) (T_k^2 – T_0^2)]$ = 3,977 MJ.

Zad.32 W sześciennym naczyniu o boku a=20 cm znajduje się tlen w temperaturze t=20 ^oC. Całkowita wartość siły wywierana na ścianki naczynia wynosi F=50N. Obliczyć masę tlenu w naczyniu. Masa molowa tlenu μ = 32 g/mol. Odp. m=aFμ/6RT = 20 mg

Zad.33 n moli gazu o cieple molowym przy stałej objętości C_v rozpręża się od objętości V_0 do objętości $2V_0$ według przemiany, w której ciśnienie p jest stale wprost proporcjonalne do objętości V zgodnie z zależnością p = αV. Oblicz pobrane ciepło Q i ciepło molowe C_{mol} takiej przemiany(α jest dane).
Odp. $C_{mol} = C_v + ½ R$, $Q= 3\alpha c_{mol} V_0^2$.

Zad.34 W naczyniu A znajdują się n_1=2 mole wodoru w temperaturze T_1 = 270 K a w naczyniu B znajdują się n_2=4 mole azotu w temperaturze T_2 = 370 K. Naczynia są izolowane termicznie i połączone zostały cienką rurką. Jaka temperatura ustali się po wymieszaniu tych gazów? Przyjąć, że ciepło molowe gazów nie zmienia się w czasie mieszania. Odp. $T_k = (n_1T_1 + n_2T2)/(n1+n2)$ = 336,7K .

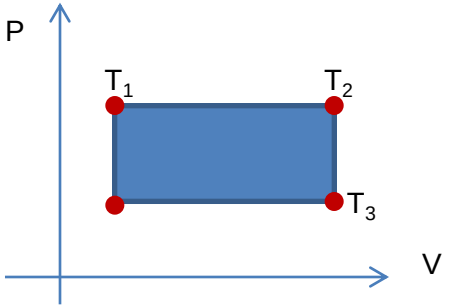
Zad.35 Z wnętrza składającej się z 2 połówek wydrążonej kuli o średnicy wewnętrznej d=0.5 m wypompowano powietrze w 90 procentach. Jaka musi być minimalna siła F rozdzielająca połówki kuli przy ciśnieniu atmosferycznym p_0 = 1 atm = 10^5 Pa ? Odp: F = $(1/4)\pi d^2$ $0.9p_0$ = 17,7 kN.

Zad.36 W niskich temperaturach ciepło molowe ciał stałych jest opisane zależnością $c_{mol} = k(T/T_D)^3$. Jaką ilość ciepła trzeba dostarczyć, aby ogrzać 20g aluminium od temperatury T_0 = 4 K do T_k = 20 K. Przyjąć dla aluminium T_D = 400K. Masa molowa aluminium μ_{Al} = 27 g/mol, k=1945 J/(mol K). Odp: Q=($mk/4\mu_{Al}T_D^3$)$(T_k^4 –T_0^4)$ = 0.9 J .

Zad.37 Obliczyć zmianę entropii w procesie izotermicznym, w którym 1 mol gazu 2 atomowego w temperaturze T=400K rozpręża się w procesie odwracalnym do ciśnienia 2 razy mniejszego. Ile wynosi zmiana energii wewnętrznej tego gazu w tej przemianie? Odp. ΔS = nR ln2 = 5.76 J/K. ΔU=0.

Zad.38 Obliczyć zmianę entropii w przemianie m=1g lodu w wodę pod ciśnieniem 1 atm. Ciepło topnienia lodu wynosi c_t=333,7 kJ/kg.
Odp. ΔS = m c_t /273 K=1.22 J/K .

Zad.39 Oblicz sprawność silnika w którym jednoatomowy gaz doskonały jest poddany kolejno przemianie izobarycznej, izochorycznej, izobarycznej i izochorycznej. Dane są temperatury T_1 = 300K, T_2= 400K , T_3= 350K.
Odp. $T_4=T_3(T_1/T_2)$ = 262.5K, κ=5/3,
$\eta= 1 + [(T_3-T_2)+\kappa(T_4-T_3)]/[(T_1-T_4)+\kappa(T_2-T_1)]$ = 4.08%



Zad.40 Doskonała chłodziarka pracuje według odwróconego cyklu Carnota pomiędzy temperaturami t_H=20 °C i t_L=-10 °C. Praca wykonana przez chłodziarkę w czasie 1 cyklu wynosi W=0,5 10^3 J. Jaka ilość ciepła została pobrana przez chłodziarkę w jednym cyklu i ile wynosi wydajność chłodzenia tej chłodziarki? Wydajność chłodzenia $\varepsilon=Q_{pobrane} / W$.
Odp. $\varepsilon= T_L/(T_H - T_L)$ = 8.77 , $Q_{pobrane} = \varepsilon W$ = 4.38 10^3 J.

Zad.41 Baza arktyczna wykonana jest z materiału o współczynniku przewodności cieplnej k=0.4 W/(K m). Grubość ścian wynosi d=10 cm a ich całkowita powierzchnia wynosi S=200 m^2. Jaką temperaturę pozwoli stabilnie utrzymać pracujący z maksymalną mocą piecyk P=15 kWh jeżeli temperatura na zewnątrz wynosi T_z= -23 °C.
Odp. $T_w = T_z + P\, d/(k\, S\, t)$ = 14.5 °C, gdzie t=1h.

Zad.42 Dwa pręty, z Cu i Al o przewodnościach cieplnych k_{Cu} = 394 W/(K m) i k_{Al} = 218 W/(K m) połączono jak na rys. i izolowano. Długość każdego z prętów wynosi d=20 cm a pole przekroju poprzecznego S=2 cm^2. Jaka jest temperatura na złączu, jeżeli wolny koniec pręta miedzianego utrzymywany jest w stałej temperaturze t_1 = 60 °C a aluminiowego w t_2 = 20 °C. Ile ciepła przepływa przez przekrój w jednostce czasu? Odp. $T_x = (T_1k_{Cu} + T_2k_{Al})/(k_{Cu} + k_{Al})$ = 318.75 K , J_Q =5.6 W. ($T_{1,2} = 273 + t_{1,2}$)

Zad. 43 Pompa ciepła pracuje w oparciu o idealny cykl Carnota pomiędzy temperaturami t_1 = 5 °C i t_2 = 50 °C . Zakładając, że silnik pompy ma moc P_0 =4 kWh, obliczyć ilość ciepła dostarczaną przez tę pompę w jednostce czasu. Wydajność pompy ciepła $\varepsilon=Q_{oddane} / W$. Odp. $\varepsilon= T_2/(T_2 - T_1)$ = 7.18 , $J_Q = \varepsilon P_0$ = 28.7 kW. ($T_{1,2} = 273 + t_{1,2}$)

Zad.44 Masa m=28 g azotu pod ciśnieniem $p_1=2\cdot10^5$ Pa rozpręża się adiabatycznie do ciśnienia $p_2=10^5$ Pa. Obliczyć temperaturę końcową gazu i wykonaną pracę jeśli temperatura początkowa wynosiła T_1=300K. Przemiana jest odwracalna, a azot traktujemy jako gaz doskonały. Ile wynosi zmiana entropii w tej przemianie? Odp. Wykładnik adiabaty κ=7/5 , $T_k=T1\,(p2/p1)^{(\kappa-1/\kappa)}$ = 246.1K , $W = [5mR(T_k-T_1)]/(2\mu_{N2})$ = -1.12kJ , $\Delta S = [5mR \ln(T_k/T_1)]/(2\mu_{N2})$ = -13.7 mJ/K .