PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Fizyka Jądrowa

Zadania z rozwiązaniami

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Jądro atomu składa się z protonów i neutronów – trwałych cząstek elementarnych zaliczanych do grupy barionów. Siłami spajającymi jądro atomowe są tak zwane oddziaływania silne – przeciwstawiają się one m.in. siłom elektrostatycznym związanym z wzajemnym odpychaniem protonów. O właściwościach chemicznych i fizycznych atomu decyduje głównie liczba protonów – nazywana jest liczbą atomową Z. Całkowita liczba neutronów i protonów (liczba masowa A) w atomach tego samego pierwiastka może nieznacznie się różnić - nuklidy posiadające tą samą liczbę atomową, ale inną masową nazywamy izotopami danego pierwiastka.

A=Z+N

Jeśli neutronów jest za mało, jądro rozpada się na skutek dużych sił odpychania elektrostatycznego pomiędzy protonami. O takim jądrze mówimy, że jest niestabilne. Podobnie, jeśli neutronów w jądrze jest zbyt dużo, jądro znajduje się w stanie o wysokiej energii i dąży do osiągnięcia stanu o niższej energii.

Rozpady promieniotwórcze obserwujemy dla jąder, które znajdują się w stanie o wysokiej energii i maja możliwość przejścia do stanu o niższej energii. Wyróżniamy trzy typy rozpadów:

Rozpad α, w wyniku którego dochodzi do emisji cząstki α (jądra helu): $${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{2}_{4}\alpha$$

Rozpad β^-, w wyniku którego dochodzi do emisji elektronu i antyneutrina, oraz rozpad **β^+** związany z emisją pozytonu i neutrina.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}$$

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e + \nu$$

Rozpad γ polegający na emisji nadmiaru energii w postaci wysokoenergetycznego fotonu.

Rozpady promieniotwórcze mają charakter statystyczny. Zależność liczby jąder N, jakie nie uległy rozpadowi, od czasu opisuje funkcja wykładnicza:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Występujący we wzorze symbol λ oznacza stałą rozpadu, wyrażoną w s^{-1}

Aktywność R, wyrażona w becquerelach, określa liczbę rozpadów następujących w ciągu sekundy:

$$R = \lambda N = -\frac{dN}{dt}$$

W niektórych zastosowaniach, stałą rozpadu λ wygodnie jest zastąpić przez średni czas życia jądra τ.

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Innym często spotykanym sposobem na wyrażenie tempa zachodzenia rozpadu jest czas połowicznego zaniku $t_{1/2}$. Jest to czas, po którym liczba jąder N i aktywność próbki R maleją do połowy wartości początkowej.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$$

Zadanie 1

W przyrodzie występują dwa stabilne izotopy bromu: ^{79}Br o masie izotopowej 78.918 u i ^{81}Br o masie izotopowej 80.916u. Masa atomowa bromu wynosi 79.904u. Jakie jest rozpowszechnienie obu izotopów w przyrodzie?

Rozwiązanie

Masa atomowa podawana w tablicach i układzie okresowym pierwiastków jest obliczana na podstawie średniej ważonej z występujących w przyrodzie izotopów. Przyjmując za *f* zawartość izotopu ^{79}Br a za (1-*f*) zawartość izotopu ^{81}Br możemy zapisać:

$$M_{Br} = M_{79Br} \cdot f + M_{81Br} \cdot (1 - f)$$

Po podzieleniu obu stron przez jednostkę masy atomowej u otrzymujemy:

$$79.904 = 78.918 f + 80.916 - 80.916 f$$

Stąd f = 0.507, a 1-f=0.493 – zatem w przyrodzie występuje 50.7% izotopu ^{79}Br i 49.3% izotopu ^{81}Br

Zadanie 2

Podaj, ile protonów, a ile neutronów znajduje się w nuklidzie izotopów: a) ^{238}U, b) ^{241}Am, c) ^{222} Rn, d) ^{148}Gd. Jakie nuklidy powstaną po rozpadzie α tych izotopów?

Rozwiązanie

Podany w treści zapis uwzględnia jedynie liczbę masową. Liczbę protonów możemy sprawdzić w układzie okresowym pierwiastków. Wynosi ona odpowiednio: dla uranu U Z = 92, dla ameryku Am Z = 95, dla radonu Rn Z = 86, dla gadolinu Gd Z = 64.

Następnie obliczamy liczbę neutronów N: N=A-Z. Otrzymujemy:

a) N = 146; b) N = 146; c) N = 136; d) N = 84

Przy rozpadzie a dochodzi do emisji cząstki α, zbudowanej z 2 neutronów i 2 protonów. Zatem w każdym przypadku liczba masowa zmniejszy się o 4, a liczba porządkowa – o 2.

Zapiszmy równanie rozpadu dla przypadku a)

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\alpha \qquad {}^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\alpha$$

Nuklid powstający w wyniku rozpadu ma liczbę porządkową Z = 90, co w układzie okresowym odpowiada torowi Th.
Podobnie możemy obliczyć liczbę protonów i neutronów w pozostałych nuklidach. Otrzymujemy zatem:
a) ^{234}Th; b) ^{237}Np; c) ^{218}Po; d) ^{144}Sm

Zadanie 3

W jednym z wariantów szeregu promieniotwórczego toru ^{232}Th występują kolejno: 1 rozpad α, 2 rozpady β^-, 4 rozpady α, 2 rozpady β^- i rozpad α. Jaki jest końcowy produkt tego szeregu?

Rozwiązanie

Równania rozpadów występujących w szeregu mają następującą postać:

$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}\alpha \qquad\qquad {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e + \overline{\nu} $$

Zaczynamy od znalezienia w układzie okresowym liczby porządkowej toru. Wynosi ona Z=90.

W wyniku 1 rozpadu liczba porządkowa Z zmniejszy się o 2, a liczba masowa A o 4.

W wyniku 2 rozpadu Z zwiększy się o 1, a liczba masowa nie zmieni się. Podobnie będzie w trzecim rozpadzie. Po 3 rozpadach otrzymujemy zatem Z=90 i A=228, co odpowiada ^{228}Th.

W kolejnych 4 rozpadach liczba porządkowa Z zmniejszy się o 8, a A o 16. Otrzymamy zatem ^{212}Pb.

W dwóch rozpadach β^- liczba Z zwiększy się o 2, a liczba A pozostanie identyczna. W ostatnim rozpadzie α Z zmniejszy się o 2, a A o 4. Zatem rezultat końcowy to Z = 82 i A =208, co odpowiada stabilnemu izotopowi ^{208}Pb.

Zadanie 4

Izotop ^{152}Eu może ulegać zarówno rozpadowi β^+ (z prawdopodobieństwem równym około 72%) jak i rozpadowi β^- (z prawdopodobieństwem równym około 28%). Czas połowicznego rozpadu tego izotopu wynosi 13.5 roku. Podaj, jakie nuklidy powstają w wyniku rozpadu. Oblicz, jaki będzie skład izotopowy sztucznie otrzymanej próbki tego izotopu po 10 latach od otrzymania (izotopy powstające w wyniku obu typów rozpadu są stabilne).

Rozwiązanie

Podobnie jak w zadaniu 2, zaczynamy od znalezienia liczby porządkowej Z danego izotopu, i na jej podstawie obliczamy liczbę neutronów w jądrze. Dla europu Eu Z=63, stąd N=A-Z=99.

W wyniku rozpadu β^- powstaje elektron i antyneutrino elektronowe. Aby ładunek był zachowany, jeden z neutronów znajdujących się w jądrze ulega przemianie w proton. Rośnie zatem liczba porządkowa Z – jądro europu ulega przemianie w gadolin Gd:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu} \qquad {}^{152}_{63}\mathrm{Eu} \rightarrow {}^{152}_{64}\mathrm{Gd} + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu} $$

W wyniku rozpadu β^+ powstaje pozyton i neutrino. Aby ładunek był zachowany, jeden z protonów znajdujących się w jądrze ulega przemianie w neutron. Maleje liczba porządkowa Z – jądro europu ulega przemianie w samar Sm:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e + \nu \qquad {}^{152}_{63}\mathrm{Eu} \rightarrow {}^{152}_{62}\mathrm{Sm} + {}^{0}_{+1}e + \nu $$

Obliczymy teraz skład izotopowy próbki. Liczbę jąder jakie nie uległy rozpadowi obliczymy ze wzoru:

$$ N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} $$

Oznaczając początkową zawartość izotopu ^{152}Eu jako 100%, po 10 latach otrzymujemy 59.84% jąder które nie uległy rozpadowi. Resztę (40.16%) stanowią samar ^{153}Sm (28.91%) i gadolin ^{152}Gd(11.25%).

Zadanie 5

Czas połowicznego rozpadu połowicznego rozpadu izotopu strontu ^{91}Sr wynosi 9.63h, a połowicznego rozpadu izotopu ^{92}Sr wynosi 2.66h. Aktywność próbki, zawierającej oba rodzaje izotopów, po 4 godzinach spadła do 50% pierwotnej aktywności. Jaki jest początkowy procentowy udział nuklidów obu izotopów w próbce? Zaniedbaj aktywność produktów rozpadu obu izotopów (rozpadów wtórnych).

Rozwiązanie

Aktywność próbki jest wprost proporcjonalna do ilości jąder, jakie nie uległy jeszcze rozpadowi: $R=\lambda N$.

Oznaczmy zawartość izotopów w próbce jako f_1 (dla ^{91}Sr) i $1-f_1$ (dla ^{92}Sr). Początkową aktywność próbki zapisujemy jako:

$$\mathbf{R_p=\lambda_1 f_1 N_0+ \lambda_2(1-f_1)N_0}$$

Gdzie przez N_0 oznaczyliśmy całkowitą ilość jąder w próbce. Stałe rozpadu wyliczamy na podstawie czasu połowicznego rozpadu:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

Otrzymujemy odpowiednio $\lambda_1=0.072\ h^{-1}=2\cdot10^{-5}\ s^{-1}$ i $\lambda_2=0.261\ h^{-1}=7.25\cdot10^{-5}\ s^{-1}$

Aktywność próbki po czasie t=4h możemy zapisać wzorem:

$\mathbf{R_K=\lambda_1 N_1+ \lambda_2 N_2}$

Gdzie

$$N_1 = f_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} \qquad N_2 = (1-f_1)N_0 e^{-\lambda_2 t}$$

Dla ułatwienia obliczeń zarówno aktywności, jak i czas rozpadu możemy wyrazić w godzinach a nie sekundach. Otrzymujemy układ równań:

$$R_p = 0.072 f_1 N_0 + 0.261(1-f_1)N_0$$

$$\frac{R_p}{2} = 0.072 f_1 0.75\cdot N_0 + 0.261(1-f_1)0.353\cdot N_0$$

$$0.036 f_1 + 0.13(1-f_1) = 0.072 f_1 0.75 + 0.261(1-f_1)0.353$$

Stąd wyliczamy **f_1=0.68 i 1-f_1=0.32.** Zatem próbka zawiera początkowo 68% izotopu ^{91}Sr i 32% ^{92}Sr.

Zadanie 6 *

W datowaniu radiowęglowym wiek szczątków organicznych określa się na podstawie zawartości węgla radioaktywnego ^{14}C, którego czas połowicznego rozpadu wynosi 5730 lat. Po śmierci organizmu ustaje wymiana węgla z otoczeniem, zatem na skutek rozpadów zmniejsza się zawartość węgla radioaktywnego W komórkach żywych organizmów stosunek ilości atomów węgla radioaktywnego ^{14}C do sumy pozostałych izotopów ^{12}C (98.89% ogólnej zawartości węgla) i ^{13}C (1.11% ogólnej zawartości węgla) wynosi $1\cdot10^{-12}$ (atom izotopu ^{14}C przypada na 1 bilion atomów pozostałych izotopów węgla).
Masa zwęglonego pnia wynosi 1 kg. W ciągu pomiaru metodą Libby'ego trwającego godzinę zliczono 100000 rozpadów. Jaki jest przybliżony wiek pnia?

Rozwiązanie

Wyznaczymy najpierw aktywność 1kg „świeżego" węgla – takiego, w którym zawartość izotopu ^{14}C jest równa podanej w danych zadania. W tym celu obliczymy liczbę atomów tego izotopu w próbce.

Masa molowa węgla zgodnie z danymi tablicowymi wynosi 12.01 g. 1 mol to $6.022\cdot10^{23}$ atomów.Zatem 1 kg węgla zawiera:

$$N = N_A \cdot \frac{1kg}{\mu} = 6.022\cdot10^{23}\,\frac{1000g}{12g/mol} = 5.018\cdot10^{25}$$

Zaniedbaliśmy różne masy izotopów węgla, ponieważ ich uwzględnienie nie wpłynęłoby znacząco na wynik.
Obliczymy teraz aktywność izotopu ^{14}C w próbce:

$$\mathbf{R_{14C} = \lambda\cdot N_{14C}}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$$R_{14C} = 5.018\cdot10^{25}\cdot1\cdot10^{-12}\cdot3.84\cdot10^{-12}\mathrm{s}^{-1} = 192.5\mathrm{s}^{-1}$$

W ciągu godziny w „świeżej" próbce ważącej 1 kg nastąpi zatem 693000 rozpadów. Zaniedbujemy w tym przypadku spadek aktywność w trakcie pomiaru, ponieważ jego czas jest znacznie krótszy niż czas rozpadu.

Aktywność datowanego materiału jest zatem 6.93 razy mniejsza niż aktywność „świeżej próbki" – zawiera on 6.93 razy mniej izotopu ^{14}C. Przez N_K oznaczymy zawartość końcową tego izotopu, przez $N_{P.}$ – zawartość początkową.

$$N_K = \frac{N_P}{6.93} = N_P e^{-\lambda t}$$

Logarytmujemy obie strony równania. Otrzymujemy:

$$0.144 = \lambda t$$

Z równania obliczamy wiek próbki t. Wynosi on:

$$t = \frac{0.144}{3.84 \cdot 10^{-12} \mathrm{s}^{-1}} = 5.047 \cdot 10^{11} \mathrm{s}$$

Po przeliczeniu otrzymujemy wiek próbki równy około 16.000 lat.

Zadanie 7*

Izotop cezu ^{137}Cs ulega rozpadowi na bar ^{137}Ba z czasem połówkowego rozpadu równym 30.2 lat. Zakładając, że sztucznie wytworzymy 1g tego izotopu, oblicz: a) moc początkową wydzielaną przez próbkę, b) całkowitą energię wypromieniowaną w ciąg 10 lat. Masa atomowa cezu ^{137}Cs wynosi 136,9071u, a baru ^{137}Ba 136,9058u.

Rozwiązanie

Sprawdzamy położenie cezu i baru w układzie okresowym. Dla cezu Z = 55, a dla baru Z=56. Mamy zatem do czynienia z rozpadem β^-. Zapiszmy reakcję rozpadu:

$$^{137}_{55}Cs \to ^{137}_{56}Ba + ^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$$

Aby wyznaczyć energię wydzielaną podczas rozpadu, możemy posłużyć się wzorem Einsteina E=mc^2.
Sprawdzimy najpierw, jaka jest różnica mas reagentów i produktów tej reakcji.
Możemy skorzystać z mas atomowych (izotopowych), napotykamy jednak na pewien problem – masy podane w zadaniu „zawierają" elektrony. Bar ma 1 proton (powstały w wyniku rozpadu z neutronu) i 1 elektron więcej niż cez. Ten elektron nie został uwzględniony w równaniu reakcji i aby zgadzało się ono dla mas izotopowych, musimy z lewej strony dodać 1 elektron. Równanie pozwalające obliczyć różnicę energii ma zatem postać:

$$\Delta E = 136.9071u \cdot c^2 + m_e c^2 - 136,9058u \cdot c^2 - m_e c^2$$

$$\Delta E = 0.0013uc^2 = 0.0013 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27} kg \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2} = 1.94 \cdot 10^{-13} J = 1.2 MeV$$

W rzeczywistości, w przyrodzie najczęściej proces ten zachodzi poprzez dwa rozpady – w wyniku rozpadu β^- powstaje krótkożyciowy izotop ^{137}Ba w stanie wzbudzonym, który następnie przechodzi do stanu podstawowego emitując kwant γ.
Obliczmy teraz, jaka jest aktywność preparatu. W tym celu liczymy początkową ilość atomów cezu:

$$N = N_A \cdot \frac{1g}{\mu} = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1g}{136.9071 g/mol} = 4.40 \cdot 10^{21}$$

Następnie obliczamy stałą rozpadu:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{0.69315}{9.523872 \cdot 10^{8} s} = 7.278 \cdot 10^{-10} s^{-1}$$

Początkowa aktywność preparatu wynosi **R=λ·N**=3.201·10^{12} rozpadów/s. Odpowiada to mocy:

$$P = R \cdot \Delta E = 0.621 \left[\frac{J}{s} = W \right]$$

Należy zauważyć, że jedynie część tej mocy mogłaby być wykorzystana np. do zasilania generatora radioizotopowego – sporą część energii z rozpadu unoszą ze sobą słabo oddziałujące z materią neutrina. Obliczymy teraz całkowitą energię wyemitowaną przez próbkę w ciągu 10 lat. Ponieważ znamy wzór na moc próbki, możemy zapisać:

$$E_C = \int P dt = \int_{t=0}^{t=10lat} \lambda \cdot \Delta E \cdot N_0 e^{-\left(t/\tau \right)}$$

Całka tej postaci jest łatwa do obliczenia:

$$E_C = -\tau \cdot \lambda \cdot \Delta E \cdot N_0 e^{-\left(t/\tau \right)} \Big|_{t=0}^{t=10lat}$$

W górnej granicy otrzymujemy -6.78 10^{8}J, a w dolnej -8.53·10^{8}J. Uzyskujemy wynik 0.175 GJ.

Oddziaływanie promieniowania z materią

Promieniowanie powstające w reakcjach jądrowych oddziałuje z materią. Charakter tych oddziaływań jest silnie uzależniony od typu promieniowania (α, β, γ, promieniowanie neutronowe), jego energii i rodzaju materiału z którym oddziałuje. Promieniowanie α jest słabo przenikliwe – droga cząstek tego promieniowania w powietrzu jest rzędu centymetrów. Bardziej przenikliwe jest promieniowanie neutronowe oraz promieniowanie β. Neutrony są skutecznie rozpraszane przez materiały o niewielkiej liczbie porządkowej, ponieważ w każdym zderzeniu tracą znaczącą część swojej energii. Neutrony mogą być również wychwytywane przez jądra atomowe. Promieniowanie β jest skutecznie pochłaniane przez folie metalowe. Najbardziej przenikliwym typem promieniowania jest promieniowanie γ. Oddziaływanie tego promieniowania z materią może zachodzić na kilka sposobów (zjawisko fotoelektryczne, efekt Comptona, kreacja par elektron-pozyton, wzbudzenia rezonansowe).

Osłabienie natężenia promieniowania po przejściu przez warstwę materii o grubości x możemy opisać prawem Beere'a:

$$I = I_0 e^{-\mu_L x}$$

gdzie μ_L oznacza liniowy współczynnik tłumienia [m^{-1}]. Często posługujemy się również masowym współczynnikiem tłumienia, otrzymanym przez podzielenia liniowego współczynnika przez gęstość materiału.

$$I = I_0 e^{-\mu \rho x} \qquad \mu = \frac{N_A \sigma}{A}$$

σ oznacza przekrój czynny danego pierwiastka. Dla materiałów złożonych z kilku rodzajów atomów współczynnik tłumienia możemy oszacować stosując prosty wzór:

$$\mu_c = \sum_i \mu_i w_i$$

Gdzie w_i oznacza procentowy udział danego pierwiastka w materiale.

Zadanie 8

Źródło promieniowania γ o długim czasie połowicznego rozpadu ma aktywność równą 1 GBq, a energia kwantów γ wynosi 1MeV. Zakładając, ze promieniuje ono izotropowo, oblicz dawkę pochłoniętą i równoważnik dawki w przypadku, kiedy znajdujemy się w odległości 6m od tego źródła, a czas ekspozycji wynosi 10 minut. Zaniedbaj rozpraszanie promieniowania w powietrzu. Pole przekroju poprzecznego ludzkiego ciała przyjmij jako 0.6m^{2,} a masę 75 kg. Dla podanej energii współczynnik pochłaniania energii promieniowania γ przez ludzkie ciało można przyjąć jako C=0.4.

Rozwiązanie

Obliczymy najpierw, ile fotonów promieniowania γ przechodzi przez ludzkie ciało. Emisja promieniowania w tym przypadku zachodzi w pełny kąt bryłowy. Oznaczając liczbę wyemitowanych w ciągu sekundy kwantów γ jako N i liczbę kwantów przechodzących w ciągu sekundy przez ciało ludzkie jako N_L możemy zapisać:

$$\frac{N}{N_L} = \frac{4\pi r^2}{S_L}$$

$$N_L = \frac{S_L N}{4\pi r^2} = \frac{0.6 \cdot 1 \cdot 10^9}{4 \cdot 3.14 \cdot 36} = 1.33 \cdot 10^6 s^{-1}$$

Zakładamy, że ponieważ izotop ma długi czas życia, obliczona wartość w ciągu 10 minut nie zmieni się znacząco. Dawkę pochłoniętą definiujemy jako ilość energii pochłoniętej w przeliczeniu na kg masy ciała. W naszym przypadku możemy obliczyć energię promieniowania padającego w ciągu 1 godziny:

$$E = N_L E_\gamma \cdot t = 1.33 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} J \cdot 3600 s = 7.65 \cdot 10^{-4} J$$

Szacujemy, że pochłonięte zostało 0.4 tej wartości, czyli 3.0610^{-4}J

Dawka pochłonięta wyniesie:

$$D_T = \frac{3.06 \cdot 10^{-4} J}{75 kg} = 4.08 \mu Gy$$

Równoważnik dawki określa skutek biologiczny promieniowania:

$$H_T = \sum D_T Q_R$$

gdzie Q_R oznacza współczynnik właściwy dla danego rodzaju promieniowania, a suma jest wykonywana po wszystkich rodzajach promieniowania na jakie narażone jest ciało. Dla promieniowania γ współczynnik Q wynosi 1.

Stąd $H_T = 4.08\ \mu Sv$.

Bezpieczna dawka promieniowania to około 1mSv/rok – tak więc mimo znacznej aktywności próbki ekspozycja pokazana w zadaniu nie byłaby groźna dla zdrowia, o ile nie byłaby ciągła.

Zadanie 9*

Jednym z głównych źródeł skażenia promieniotwórczego związanego z awariami elektrowni jądrowych jest izotop jodu ^{131}I. Izotop ulega rozpadowi β^- z czasem połówkowego rozpadu równym 8.02 dnia i średnią energią równą 190keV. Aby zapobiec absorpcji izotopu w organizmie, podaje się duże ilości stabilnego jodu ^{127}I.

Oblicz: a) dawkę pochłoniętą, b) równoważnik dawki w przypadku, kiedy 1 μg izotopu ^{131}I dostał się do organizmu drogą pokarmową i został z niego wydalony w ciągu 4 godzin. Powtórz obliczenia dla przypadku, w którym nie podano stabilnego jodu i izotop promieniotwórczy został w całości zaabsorbowany w organizmie – uwzględnij okres 1 roku.

Rozwiązanie

Obliczymy najpierw początkową aktywność 1mg izotopu jodu ^{131}I.

$$N_0 = N_A \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}g}{\mu} = 6.022\cdot 10^{23}\frac{1\cdot 10^{-6}g}{130.906g/mol} = 4.6\cdot 10^{15}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

Stała rozpadu wynosi $1\cdot 10^{-6}$ $s^{-1.}$ Stąd początkowa aktywność próbki $\mathbf{R_0 = \lambda \cdot N}$ wynosi $4.6\cdot 10^9$ rozpadów/s.

Ponieważ mamy do czynienia z rozpadem β, można przyjąć że cała energia wyemitowana przez próbkę jest absorbowana w organizmie.

Obliczmy teraz całkowitą energię wyemitowaną w ciągu 4 godzin. Aktywność próbki będzie malała wraz z malejącą ilością jąder promieniotwórczych:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Po podstawieniu okazuje się, że po 4 godzinach pozostało $4.53\cdot 10^{15}$ jąder, czyli 98% ich pierwotnej liczby.

Z tego względu w przybliżeniu można uznać aktywność za stałą i równą początkowej. Zgodnie z tym szacowaniem energia pochłonięta przez ciało wynosi:

$$E_P = R \cdot E \cdot t = 4.6 \cdot 10^9 s^{-1} \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} J \cdot 3600s = 0.504J$$

Dawka pochłonięta dla człowieka o masie 75 kg wyniesie:

$$D_T = \frac{0.504J}{75kg} = 6.72\text{mGy}$$

Dla promieniowania β współczynnik Q wynosi 1. Równoważnik dawki wyniesie w tym przypadku:

$$H_T = 6.72\text{mGy} \cdot 1 = 6.72\text{mSv}$$

Widzimy, że mimo podania stabilnego jodu równoważnik dawki przekracza dopuszczalny równoważnik roczny. Obliczmy teraz przypadek c. Ponieważ w ciągu roku aktywność izotopu znacznie spadnie, musimy zastosować rachunek całkowy:

$$E_C = \int_{t=0}^{t=1rok} \lambda \cdot \Delta E \cdot N_0 e^{-\left(t/\tau\right)}$$

Rozwiązanie tej całki ma postać:

$$E_C = -\tau \cdot \lambda \cdot \Delta E \cdot N_0 e^{-\left(t/\tau\right)} \Big|_{t=0}^{t=1rok}$$

Po obliczeniach, całkowita energia wynosi 140J, a dawka pochłonięta 1.86Gy. Równoważnik dawki równy 1.86Sv ponad tysiąc razy przekracza równoważnik uważany za bezpieczny. Należy przy tym zauważyć, że przyjęliśmy że jod jest rozłożony równomiernie w całym ciele, a w rzeczywistości zgromadzi się on w tarczycy, co może być przyczyną poważnych problemów zdrowotnych.

Zadanie 10

Jedną z przemian jądrowych jest wychwyt neutronu. Przykładem takiej reakcji jest wychwyt neutronu przez stabilny izotop złota ^{197}Au, którego produktem jest jądro wzbudzone ^{198}Au. Największą wydajność proces ten osiąga dla neutronów o energii 4.9eV – mówimy o wychwycie rezonansowym.

a) Podaj, jaka powinna być grubość złotej folii, żeby osłabić natężenie wiązki neutronów o energii 4.9eV o połowę? Dla ^{197}Au przekrój na wychwyt neutronów o tej energii wynosi $3\cdot10^4$ barna.

b) Jeśli zmienimy energię elektronów o 0.2 eV, natężenie wiązki przechodzącej rośnie dwukrotnie. Oszacuj czas życia jądra wzbudzonego ^{198}Au

Rozwiązanie

Współczynnik transmisji dla wiązki neutronów (stosunek neutronów przechodzących przez obiekt do padających) można przybliżyć zależnością:

$$T \cong e^{-n\sigma_t x}$$

σ jest przekrojem na wychwyt neutronów, n – koncentracją atomów danego pierwiastka, x- grubość warstwy. Koncentrację atomów złota możemy obliczyć na podstawie danych tablicowych. Objętość molowa w temperaturze pokojowej wynosi $10.21\cdot10^{-6}$ m^3/mol.

$$n = \frac{N_A}{V_{mol}} = \frac{6.022\cdot10^{23}mol^{-1}}{10.21\cdot10^{-6}m^3mol^{-1}} = 5.9\cdot10^{28}m^{-3}$$

Współczynnik transmisji ma wynosić ½ - stąd, po zlogarytmowaniu pierwszego równania, otrzymujemy:

$$\ln(0.5) = -n\sigma_t x$$

$$x = \frac{0.693}{5.9\cdot10^{28}\cdot3\cdot10^{-24}} = 3.92\cdot10^{-6}m$$

Widzimy, że wychwyt rezonansowy jest bardzo efektywny ze względu na duży przekrój na wychwyt. Dla energii neutronów spoza rezonansu przekrój ten jest znacznie niższy, a przenikliwość promieniowania neutronowego znacznie większa.

Rozwiążmy teraz zagadnienie b). Absorpcja neutronu zachodzi wtedy, kiedy jego energia jest zbliżona do energii pozwalającej na przejście ze stanu podstawowego we wzbudzony. Zgodnie z zasadą nieoznaczoności Heisenberga, stany krótkożyciowe mają słabo określoną energię:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

Z danych zadania wynika, że pochłanianie neutronów zmalało dwukrotnie po zmianie energii neutronu o 0.2eV.
Zatem szerokość połówkowa maksimum rezonansowego wynosi 0.4 eV i taką szerokość wzbudzonego poziomu energetycznego możemy przyjąć. Stąd czas życia jądra w stanie wzbudzonym:

$$\Delta t \geq \frac{\hbar}{\Delta E \cdot} = \frac{4.14 \cdot 10^{-15} eV \cdot s}{2\pi \cdot 0.4 eV} = 1.75 \cdot 10^{-15} s$$

Zadanie 11

Jednym z często stosowanych materiałów dla ochrony przed promieniowaniem γ jest ołów. Liniowy współczynnik tłumienia μ_L dla ołowiu jest silnie zależny od energii promieniowania γ i dla energii promieniowania 1MeV wynosi 0.77 cm^{-1}, a dla energii 100kEV 66 cm^{-1}. Podaj, jaką grubość osłony z ołowiu należy zastosować, by natężenie promieniowania spadło 3 razy w obu przypadkach.

Rozwiązanie

Skorzystamy z równania Beere'a:

$$I = I_0 e^{-\mu_L x}$$

W naszym przypadku

$$\frac{I_0}{3} = I_0 e^{-\mu_L x}$$

Po zlogarytmowaniu obu stron otrzymujemy:

$$1.099 = \mu_L x$$

Stąd obliczamy szukane grubości osłon x dla obu energii promieniowania. W pierwszym przypadku otrzymujemy:

$$x_1 = \frac{1.099}{77\mathrm{m}^{-1}} = 0.0143\mathrm{m} = 1.43\mathrm{cm}$$

W drugim przypadku szukana grubość wynosi

$$x_2 = \frac{1.099}{6040\mathrm{m}^{-1}} = 1.82 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m} = 0.182\mathrm{mm}$$

Widzimy, że wysokoenergetyczne promieniowanie γ jest znacznie trudniej osłabić, niż promieniowanie o niskiej energii.

Zadanie 12

Oblicz, jaką grubość warstwy soli kuchennej należy zastosować, aby zmniejszyć o połowę intensywność promieniowania γ o energii 100 KeV. Masowy współczynnik tłumienia m/r dla podanej energii wynosi dla chloru 0.205 cm^2/g, a dla sodu 0.133 cm^2/g

Rozwiązanie

Zaczynamy od równania Beere'a z masowym współczynnikiem tłumienia:

$$I = I_0 e^{-\mu \rho x} \qquad \mu_c = \sum_i \mu_i w_i$$

Współczynnik dla chlorku sodu możemy obliczyć na podstawie współczynników dla chloru i sodu. W tablicach wyszukujemy gęstość soli, równą **2.165** g/cm^3. Następnie obliczamy udziały wagowe chloru i sodu na podstawie ich mas molowych:

M_{NaCl}=58.44
M_{Na}=22.99
M_{Cl}=35.45

Stąd udział wagowy sodu wynosi 39.3%, a chloru 60.7%

Masowy współczynnik tłumienia dla chlorku sodu:

$$\mu = 0.133 \cdot 0.393 + 0.205 \cdot 0.607 = 0.161 \mathrm{cm}^2/\mathrm{g}$$

Mnożąc ten współczynnik przez gęstość otrzymujemy liniowy współczynnik tłumienia μ_L=0.349 cm^{-1}. Korzystamy z zależności:

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu_L x} \qquad 0.69 = \mu_L x$$

Stąd szukana grubość **x = 1.99 cm**.

Zadanie 13

Radon ^{222}Rn ulega rozpadowi z emisją cząstki α. A) Oblicz energię tego rozpadu, podaj jaką część energii rozpadu unosi ze sobą cząstka α. B)

Rozwiązanie

Do obliczenia energii będą nam potrzebne masy izotopowe radonu i produktów rozpadu. Liczba porządkowa radonu Z = 86, a masa izotopowa ^{222}Rn wynosi 222.017578u. Po rozpadzie α liczba porządkowa nuklidu zmniejszy się o 2 – powstanie polon Po:

$$ {}^{222}_{86}\mathrm{U} \rightarrow {}^{218}_{84}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\alpha $$

Masa izotopowa polonu ^{218}Po wynosi 218.008973u. Energię rozpadu policzymy ze wzoru Einsteina $E=mc^2$. Aby skorzystać z mas izotopowych (zdefiniowanych dla jądra wraz z elektronami), musimy z prawej strony równania reakcji jądrowej „dodać” brakujące elektrony. Wygodnie można to zrobić zastępując cząstkę α atomem helu ^{4}He o masie atomowej równej 4.002603u.

.

$$\mathbf{\Delta E=}\ 222.017578uc^2 - 218.008973uc^2 - 4.002603uc^2 = 0.006uc^2 = 8.96\cdot 10^{-13}J = 5.591MeV$$

Energia rozpadu zmienia się w energię kinetyczną cząstki α i jądra polonu. Zakładając, że prędkość cząstki α jest znacząco mniejsza od prędkości światła, zapiszemy ją klasycznie. Zgodnie z zasadami zachowania pędu i energii:

$$\Delta E = E_\alpha + E_{Po}$$

$$M_\alpha v_\alpha = M_{Po} v_{Po}$$

$$\frac{M_\alpha^{\ 2} v_\alpha^{\ 2}}{2} = \frac{M_{Po}^{\ 2} v_{Po}^{\ 2}}{2}$$

$$M_\alpha E_\alpha = M_{Po} E_{Po}$$

Widzimy że im większy nuklid, tym mniej energii rozpadu przejmuje.

Rozwiązujemy układ równań:

$$E_{Po} = \frac{M_{\alpha} E_{\alpha}}{M_{Po}}$$

$$\Delta E = E_{\alpha} + \frac{M_{\alpha} E_{\alpha}}{M_{Po}}$$

$$E_{\alpha} = \frac{M_{Po} \Delta E}{M_{\alpha} + M_{Po}}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy wynik 5.49 MeV, czyli tylko o 0.1 MeV mniej niż całkowita energia rozpadu.

Sprawdzimy jeszcze, czy istotnie prędkość cząstki α jest znacząco mniejsza od prędkości światła:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.80 \cdot 10^{-13}}{6.65 \cdot 10^{-27}}} = 16.27 \cdot 10^{6} \left[\sqrt{\frac{kgm^2}{s^2 kg}} = \frac{m}{s} \right]$$

Prędkość, aczkolwiek znaczna, stanowi 5.4% prędkości światła, zatem przyjęte uproszczenie jest uzasadnione.

Energią wiązania jądra

Masa jądra danego atomu jest nieco mniejsza od sumy mas nukleonów wchodzących w skład jądra. Energia wiązania nukleonów, wynikająca z oddziaływania silnego występującego między nimi powoduje wytworzenie deficytu masy jądra. Całkowitą energię wiązania jądra możemy obliczyć, odejmując energię odpowiadającą sumie mas nukleonów m od energii odpowiadającej masie całego atomu M.

$$E_W = \sum_i m_i c^2 - Mc^2$$

W praktyce wygodniej jest posługiwać się energią wiązania jądra wyrażoną na jeden nukleon

$$E_{WN} = \frac{E_W}{A}$$

Energia wiązania najmniejszą wartość przyjmuje dla izotopu wodoru 2H, i generalnie wzrasta wraz ze wzrostem liczby masowej dla pierwiastków lekkich. Energia wiązania nukleonu osiąga maksimum dla żelaza Fe i niklu Ni. Dla jąder cięższych obserwuje się spadek energii wiązania w przeliczeniu na nukleon. Oznacza to, że jeśli ciężkie jądro ulegnie rozszczepieniu się na mniejsze fragmenty, w procesie tym będzie wydzielać się energia. Zjawisko to wykorzystujemy w elektrowniach jądrowych. Podobnie, energia wydzieli się w procesie syntezy lekkich pierwiastków, prowadzących do powstania cięższego jądra.

Zadanie 14

Oblicz energię wiązania przypadającą na 1 nukleon dla a) izotopu żelaza ^{56}Fe, b) uranu ^{238}U. Masa izotopowa ^{56}Fe wynosi 55.934938u, masa izotopowa ^{238}U 238.050788u, masa neutronu 1.008665u, masa atomu wodoru 1.007825u.

Rozwiązanie

Aby obliczyć energię wiązania, musimy obliczyć różnicę pomiędzy masą jądra a sumą mas nukleonów. Ponieważ w tabelach podawana jest najczęściej masa atomowa lub masa izotopowa (masa atomu danego izotopu wraz z elektronami), wygodniej będzie posłużyć się masą atomu wodoru zamiast masą protonu – w ten sposób również w sumie mas nukleonów uwzględnimy elektrony.

Liczba porządkowa żelaza wynosi 26. Zatem atom izotopu ^{56}Fe zawiera 30 neutronów. Obliczamy energię wiązania:

$$\Delta E_W = \sum \left(mc^2\right) - Mc^2 = 26m_H c^2 + 30m_n c^2 - M_{56Fe} c^2$$

$$\Delta E_W = 26 \cdot 1.007825uc^2 + 30 \cdot 1.008665uc^2 - 55.934938uc^2 = 0.528462uc^2$$

Jednostka masy atomowej u odpowiada $1.661 \cdot 10^{-27}$ kg. Zatem energia odpowiadająca jednostce masy atomowej wynosi:

$$E_u = 1.661 \cdot 10^{-27} kg \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2} = 1.49 \cdot 10^{-10} J$$

Po przeliczeniu na eV otrzymujemy 931.5 MeV. W przypadku izotopu ^{56}Fe energia wiązania wynosi 492.26 MeV. W przeliczeniu na 1 nukleon otrzymujemy:

$$\Delta E_{Wn} = \frac{492.26eV}{56} = 8.7904MeV$$

Dla izotopu ^{238}U podobne obliczenia, po podstawieniu liczby protonów Z = 92 i liczby neutronów n = 146, dają wynik 7.5702 MeV na nukleon. Zatem energia wiązania jest niższa niż dla żelaza.

Zadanie 15

Jedna z możliwych reakcji rozszczepienia plutonu ^{239}Pu, zainicjowanego neutronem termicznym, to rozpad jądra na izotopy ^{147}Ba i ^{90}Sr z emisją 3 neutronów. Oszacuj ilość energii jaka wydzieli się podczas takiej reakcji. Masa izotopowa ^{239}Pu wynosi 239.05216u, ^{147}Ba 146.93495u a ^{90}Sr 89.90774u.

Rozwiązanie

Zapiszmy równanie reakcji rozszczepienia:

$$^{239}\mathrm{Pu} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{147}\mathrm{Ba} + {}^{90}\mathrm{Sr} + 3\mathrm{n}$$

Wydzielającą się podczas tej reakcji energię można oszacować na podstawie różnicy mas jądra ulegającego rozszczepieniu i produktów reakcji rozszczepienia. W obliczeniach musimy uwzględnić również dwa neutrony.

$$\Delta m = 239.05216\mathrm{u} - 146.93495\mathrm{u} - 89.90774\mathrm{u} - 2 \cdot 1.008665\mathrm{u} = 0.19214\mathrm{u}$$

$$E_u = 1.661 \cdot 10^{-27} kg \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{m^2}{s^2} = 1.49 \cdot 10^{-10} J$$

$$\Delta E_W = mc^2 = 179\mathrm{MeV}$$

Należy pamiętać, że wynik ten nie uwzględnia wtórnych rozpadów ^{147}Ba (^{90}Sr ma stosunkowo długi czas życia).

Zadanie 16

Jedną z reakcji syntezy jądrowej proponowanej do zastosowania w reaktorach termojądrowych jest synteza helu ^{3}He i trytu ^{3}H, której jednym z produktów jest ^{4}He. Zaproponuj, jakie mogą być pozostałe produkty tej reakcji, i oblicz energię w każdym przypadku.

Rozwiązanie

Możliwe warianty przebiegu reakcji muszą zachowywać liczbę barionową i ładunek elektryczny. Aby reakcja zachodziła, musi również się wiązać z „zyskiem" energetycznym.

W jądrze 3He znajduje się 1 neutron i 2 protony, a w jądrze ^{3}H 1 proton i 2 neutrony. W sumie mamy zatem 3 protony i 3 neutrony. Jądro ^{4}He składa się z 2 protonów i 2 neutronów, zatem do dyspozycji pozostaje 1 proton i 1 neutron. W wyniku reakcji mogą zatem powstać, obok ^{4}He, swobodny proton i neutron, lub jądro deuteru ^{2}H.

$$^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + \mathrm{n} + {}^1\mathrm{H} \qquad \text{(a)}$$

$$^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + {}^2\mathrm{H} \qquad \text{(b)}$$

Analogicznie jak w poprzednich zadaniach, dla ułatwienia obliczeń energii na podstawie mas izotopowych, w zapisie zamiast protonu i jądra deuteru posłużyliśmy się odpowiednio atomem wodoru ^{1}H i atomem deuteru ^{2}H. Obliczmy teraz energię uzyskiwaną w jednym i drugim procesie. Odpowiednie dane uzyskujemy z tabel mas izotopowych. W przypadku a otrzymujemy:

$$\Delta \mathrm{m} = 3.016029\mathrm{u} + 3.016049\mathrm{u} - 4.002603\mathrm{u} - 1.008665\mathrm{u} - 1.007825\mathrm{u} = 0.012985\mathrm{u}$$

$$\Delta E_W = \Delta mc^2 = 12.1\mathrm{MeV}$$

W przypadku b zysk energetyczny jest nieco większy:

$$\Delta \mathrm{m} = 3.016029\mathrm{u} + 3.016049\mathrm{u} - 4.002603\mathrm{u} - 2.014101\mathrm{u} = 0.015374\mathrm{u}$$

$$\Delta E_W = \Delta mc^2 = 14.3\mathrm{MeV}$$

Zadanie 17

Oblicz, jaką ilość energii można uzyskać z 1 kg deuteru w przypadku syntezy jądrowej z trytem jako produktem syntezy. Porównaj wynik z energią z rozszczepienia 1 kg uranu ^{235}U, zakładając że podczas jednego aktu rozszczepienia wydziela się energia około 200 MeV.

Rozwiązanie

W reakcji biorą udział 2 jądra deuteru. W danych zadania określono tryt ^{3}H jako produkt reakcji. Ponieważ 2 deutery zawierają w sumie 2 protony i 2 neutrony, a tryt 1 proton i 2 neutrony, drugim produktem reakcji będzie proton. Podobnie jak w poprzednich zadaniach, aby skorzystać z mas izotopowych wygodnie będzie zastosować w zapisie atom wodoru zamiast protonu.

$$^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H}$$

Masa izotopu ^{2}H wynosi 2.014101u, izotopu ^{3}H 3.016049u, a izotopu ^{1}H 1.007825u. Obliczmy różnicę mas reagentów i produktów:

$$\Delta \mathrm{m} = 2.014101\mathrm{u} + 2.014101\mathrm{u} - 3.016049\mathrm{u} - 2.014101\mathrm{u} = 0.004328\mathrm{u}$$

$$\Delta E_W = \Delta mc^2 = 4.032\mathrm{MeV}$$

Obliczymy teraz, ile energii uzyskamy z 1 kg deuteru. W reakcji biorą udział 2 atomy tego pierwiastka. Masa 1 mola deuteru wynosi 2.014101g, zatem w 1 kg znajduje się:

$$N = N_A \cdot \frac{1kg}{\mu} = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1000g}{2.01401g/mol} = 2.99 \cdot 10^{26}$$

Otrzymaną liczbę atomów dzielimy przez 2, i mnożymy przez energię uzyskiwaną podczas jednej reakcji. Wynik to $6.027 \cdot 10^{32}$eV. Następnie zamieniamy eV na jule, mnożąc przez ładunek elementarny $1.6022 \cdot 10^{-19}$C. Otrzymujemy $9.66 \cdot 10^{13}$J

Podobne obliczenia powtarzamy dla uranu ^{235}U. W tym przypadku masa izotopowa wynosi 235.0439u. W 1 kg znajduje się $2.56 \cdot 10^{24}$ atomów tego izotopu. Podczas jednej reakcji uzyskujemy 200 MeV. Po zamianie na jule otrzymujemy $8.21 \cdot 10^{13}$J – widzimy że w tym przypadku w reakcji syntezy uzyskujemy nieco więcej energii.

Zadanie 18*

Podaj, jaka część energii neutronu o energii 1 MeV ulega przekazaniu w centralnym zderzeniu z nieruchomym atomem węgla ^{12}C. Podaj, ile zderzeń jest potrzebne, by spowolnić neutron szybki do neutronu termicznego o energii 0.03eV.

Rozwiązanie

Zderzenie neutronu z jądrem atomu ^{12}C traktujemy jako sprężyste. Prędkość neutronu o energii 1 MeV jest znaczna, ale znacząco mniejsza od prędkości światła i dlatego zastosujemy opis klasyczny zderzenia sprężystego.

$$m_n v_n = m_n u_n + M_C u_c$$

$$E_0 = \frac{m_n v_n^2}{2} = \frac{m_n u_n^2}{2} + \frac{M_C u_C^2}{2}$$

Energię neutronu przed zderzeniem oznaczyliśmy przez $E_{0,}$ a energię elektronu po zderzeniu oznaczymy jako E_1. Wyliczamy prędkość neutronu po zderzeniu – najłatwiej jest to zrobić porządkując równania ze względu na masy, a następnie dzieląc przez siebie.

$$m_n\left(v_n^2 - u_n^2\right) = m_n\left(v_n + u_n\right)\left(v_n + u_n\right) = M_C u_C^2$$

$$m_n\left(v_n - u_n\right) = M_C u_C$$

$$u_n = \frac{v_n\left(m_n - M_C\right)}{m_n + M_C}$$

Na tej podstawie możemy wyliczyć stosunek energii neutronu przed i po zderzeniu.

$$E_1 = \left(\frac{M_C - m_n}{m_n + M_C}\right)^2 E_0$$

W rzeczywistości nie wszystkie neutrony ulegają zderzeniu centralnemu. Stąd uzyskany przez nas wzór pokazuje maksymalną stratę energii. Gdyby uwzględnić średnią ze wszystkie rodzajów zderzeń, wzór miałby postać:

$$E_1 = \frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{M_C - m_n}{m_n + M_C}\right)^2\right]E_0$$

Ponieważ w każdym zderzeniu jest tracona część proporcjonalna do energii początkowej, proces hamowania będzie miał charakter wykładniczy. Aby wyliczyć, ile zderzeń jest niezbędnych by spowolnić szybki neutron do neutronu termicznego, wygodnie jest zdefiniować współczynnik tłumienia ξ:

$$\xi = \ln E_1 - \ln E_0 = -\ln\frac{E_1}{E_0}$$

Liczbę zderzeń N potrzebną do spowolnienia neutronu do danej energii E_K możemy obliczyć ze wzoru:

$$N\xi = \ln\left(\frac{E_0}{E_K}\right)$$

Podstawiamy dane do wzoru. Biorąc pod uwagę jedynie zderzenia centralne (z maksymalną stratą energii) otrzymujemy:

$$N = \frac{\ln\left(\frac{1\cdot 10^6\,eV}{0.03eV}\right)}{0.3341} = 51.8$$

Jeśli skorzystamy ze wzoru dokładnego uwzględniającego średnią ze wszystkich rodzajów zderzeń, otrzymujemy N=113 – potrzeba zatem aż 113 zderzeń z jądrami węgla ^{12}C by spowolnić neutron.

Zadanie 19*

W tak zwanym procesie 3α, zachodzącym w gwiazdach w końcowym okresie ich ewolucji, 2 jądra helu ^{4}He łączą się tworząc nietrwałe jądro berylu ^{8}Be, a następnie w zderzeniu z kolejnym jądrem helu powstaje jądro ^{12}C. Oblicz całkowitą energię wyzwalaną w trakcie tej reakcji. Uwzględniając siły odpychania kulombowskiego oszacuj, jaka temperatura odpowiada energii kinetycznej jąder helu niezbędnej, by zaszedł pierwszy etap reakcji. Jądra helu potraktuj jako gaz idealny.

Rozwiązanie

Podobnie jak w poprzednich zadaniach, obliczymy energię wyzwalaną w reakcji syntezy na podstawie różnicy mas izotopowych. Weźmiemy pod uwagę cały cykl:

$$^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}\mathrm{C}$$

$$\Delta \mathrm{m} = 3 \cdot 4.002603\mathrm{u} - 12\mathrm{u} = 0.007809\mathrm{u}$$

$$\Delta E_W = \Delta m c^2 = 1.17 \cdot 10^{-12} J = 7.27\mathrm{MeV}$$

Następnie oszacujmy, jaką energię kinetyczną muszą mieć jądra helu, żeby się zetknąć. Między jądrami helu działają siły odpychania elektrostatycznego. Energia potencjalna jąder w chwili zetknięcia wynosi:

$$E = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{4e^2}{4\pi\varepsilon_0 2r_{He}}$$

Promień r jądra helu ^{4}He możemy obliczyć ze wzoru przybliżonego lub sprawdzić w tablicach. W pierwszym przypadku otrzymujemy:

$$r_{He} = 1.2 \cdot 10^{-15} m \cdot A^{1/3} = 1.9 \cdot 10^{-15} m$$

Wartość ta różni się od wartości tablicowej równej $1.7 \cdot 10^{-15}$m i z tego względu użyjemy tej drugiej.

$$E = \frac{\left(1.602 \cdot 10^{-19}\right)^2}{3.14 \cdot 8.82 \cdot 10^{-12} \cdot 1.7 \cdot 10^{-15}} = 2.27 \cdot 10^{-13} J$$

$$\left[\frac{C^2 \cdot kg \cdot m^3}{m \cdot A^2 \cdot s^4} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = J\right]$$

Zakładamy, że oba jądra helu mają identyczną energię kinetyczną, która pozwala im zrównoważyć pracę wykonaną na rzecz sił elektrostatycznych:

$$2E_{kin} = E$$

Temperaturę odpowiadającą tej energii kinetycznej obliczymy ze wzoru znanego dla gazu doskonałego:

$$T = \frac{2E_{kin}}{3k_B} = \frac{2.27 \cdot 10^{-13}}{3 \cdot .39065 \cdot 10^{-23}}$$

Po podstawieniu otrzymujemy wynik **$6.5 \cdot 10^9$K**. Jest to temperatura znacznie przewyższająca te panujące we wnętrzu gwiazd (10^8K wewnątrz czerwonego olbrzyma, gdzie zachodzi taki proces syntezy). Ponieważ jednak temperatura określa średnią energię, niektóre z jąder helu mimo to osiągną wymaganą energię kinetyczną i dojdzie do procesu syntezy jądrowej.

Zadanie 20

Sód ^{22}Na ulega rozpadowi β^+. Dla 89.7% rozpadów β^+ powstaje wzbudzone jądro ^{22}Ne, które następnie przechodzi do stanu podstawowego emitując kwant γ o energii 1.28MeV. Dla 0.06% rozpadów β^+ rozpad następuje bezpośrednio do stanu podstawowego jądra ^{22}Ne, a energia pozytonu wynosi 1.82 MeV.

Widmo promieniowania sodu 22 jest rejestrowane spektrometrem scyntylacyjnym. Podaj, jakie zjawiska mogą być obserwowane w widmie i dla jakich wartości energii.

Rozwiązanie

Spektrometr scyntylacyjny rejestruje kwanty promieniowania γ, powstające w wyniku rozpadu promieniotwórczego. Fotony te oddziałują z elektronami znajdującymi się w krysztale scyntylacyjnym. Możliwe są trzy zjawiska: efekt Comptona, efekt fotoelektryczny i tworzenie par elektron-pozyton. Dlatego w naszym przypadku, ze względu na użyty typ detektora będziemy zainteresowani jedynie efektami związanymi z emisją kwantów γ o energii 1.28 MeV.

W efekcie fotoelektrycznym dochodzi do całkowitej absorpcji fotonu. Energia elektronu E_f jest opisana wzorem:

$$E_f = h\nu - W_j$$

Energia W_j jest potrzebna do jonizacji elektronu i przyjmuje wartości rzędu eV. W naszym przypadku energia fotonu jest wielokrotnie większa niż energia jonizacji i dlatego tą drugą możemy zaniedbać. Zatem pierwsze maksimum od strony wysokich energii zaobserwujemy przy 1.28MeV.

W efekcie Comptona (zderzenie fotonu z elektronem) energia odrzutu elektronu może zmieniać się od 0 do pewnej wartości maksymalnej. Zaobserwujemy zatem ciągłe widmo z wyraźną krawędzią od strony wysokich energii. Elektron będzie miał maksymalną energię, jeśli pęd fotonu zmieni zwrot na przeciwny. Odpowiada to kątowi odbicia 180°. Równania na zasadę zachowania pędu i energii będą miały postać:

$$h\nu_0 = h\nu + (m - m_0)c^2 \qquad \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} + \gamma m v$$

gdzie γ oznacza współczynnik Lorentza.

Ostatni wyraz w równaniu na zasadę zachowania energii oznacza energię elektronu. Po przekształceniach otrzymujemy następujący wzór na maksymalną energię elektronu:

$$E_{ke} = \frac{2(h\nu_0)^2}{m_0 c^2 + 2h\nu_0}$$

$$E_{ke} = \frac{2\left(2.05\cdot10^{-13}\right)^2}{9.11\cdot10^{-31}\cdot9\cdot10^{16}+2\cdot2.05\cdot10^{-13}} = 1.71\cdot10^{-13}J = 1.07\mathrm{MeV}$$

Zatem krawędź rozpraszania Comptona będzie widoczna dla energii 1.07 MeV.

Część kwantów γ ulega rozproszeniu poza kryształem scyntylacyjnym i trafia do niego w wyniku tzw. rozpraszania wstecznego, również związanego ze zjawiskiem Comptona. Energia takich fotonów, rozproszonych pod kątem bliskim 180° wynosi

$$E_f = E_0 - E_{ke} = 1.28\mathrm{MeV} - 1.07\mathrm{MeV} = 0.21\mathrm{MeV}$$

Kolejnym zjawiskiem, jakie musimy brać pod uwagę jest kreacja pary elektron-pozyton. Jeśli foton posiada energię wyższą odpowiadająca masie spoczynkowej elektronu i pozytonu przy zderzeniu z jądrem atomowym może dojść do wytworzenia pary elektron-pozyton. Pozyton ulegnie szybko anihilacji, w wyniku czego następuje emisja dwóch fotonów o identycznej energii. Obliczmy energię odpowiadającą kreacji pary elektron-pozyton:

$$E_{para} = 2m_{0e}c^2 = 1.64\cdot10^{-13}J = 1.02\mathrm{MeV}$$

W naszym przypadku zjawisko kreacji będzie zachodzić, a nadmiar energii fotonu zmieni się w energię kinetyczną pary cząstek. Zakładając równy podział energii kinetycznej między elektron i pozyton, i zaniedbując odrzut jądra z którym zderzył się foton, otrzymujemy energię elektronu:

$$E_e = \frac{(1.28\mathrm{MeV} - 1.02\mathrm{MeV})}{2} = 0.13\mathrm{MeV}$$

Pozyton, posiadający podobną energię kinetyczną ulegnie szybko anihilacji z jednym z elektronów detektora. Dojdzie do emisji fotonu o energii:

$$E_p = m_{0e}c^2 + 0.13\mathrm{MeV} = 0.64\mathrm{MeV}$$

Ponieważ energia promieniowania (1.28 MeV) jest bliska energii progowej dla kreacji pary elektron-pozyton, w praktyce prawdopodobieństwo kreacji pary jest w naszym przypadku dość niewielkie, dlatego maksimum przy 0.64MeV będzie słabo widoczne.

W omawianym przypadku będziemy natomiast obserwować wyraźnie jeszcze jedno maksimum związane z anihilacją pozytonu. Wzbudzone jądro ^{22}Ne powstaje w wyniku rozpadu β^+ , zatem drugim z produktów rozpadu jest pozyton. Pozyton poruszając się w polu elektrycznym sąsiadujących jąder i elektronów ulega wyhamowaniu i anihiluje z napotkanym elektronem. Powstają 2 fotony poruszające się w przeciwne strony z jednakowymi pędami. Zakładając całkowite wyhamowanie pozytonu uzyskujemy energię tych fotonów równą:

$$E_{fa} = \frac{2m_{0e}c^2}{2} = 0.51\mathrm{MeV}$$

W widmie będziemy obserwować zatem wyraźnie następujące zjawiska:

-Maksimum rozpraszania wstecznego przy 0.21 MeV

-Maksimum związane z anihilacją pozytonu przy 0.51MeV

-Krawędź zjawiska Comptona przy 1.07 MeV

-Maksimum związane z efektem fotoelektrycznym przy 1.28 MeV.

Zadanie 21

W reaktorze jądrowym powstają zarówno tzw. neutrony natychmiastowe (w wyniku rozszczepienia jądra ^{235}U), jak i neutrony opóźnione (w wyniku rozpadów zachodzących w produktach rozszczepienia). Czas życia pokolenia neutronów natychmiastowych wynosi około 10^{-3}s, a neutronów opóźnionych 10^{-1}s. Podaj, jaki współczynnik mnożenia spowoduje dwukrotny wzrost mocy reaktora w ciągu minuty przy założeniu, że dominujący udział w całkowitej liczbie neutronów mają a) neutrony natychmiastowe, b) neutrony opóźnione.

Rozwiązanie

Współczynnik mnożenia k określa liczbę neutronów w danym pokoleniu do liczby neutronów w poprzednim pokoleniu:

$$k_{eff} = \frac{N_{II}}{N_I}$$

Część neutronów produkowanych w reakcjach jądrowych opuszcza go lub ulega wychwytowi. Moc reaktora P zależy od liczby neutronów w danym pokoleniu. Moc reaktora po 1 pełnym cyklu „obiegu" neutronów P_{II} wynosi zatem:

$$P_{II} = P_I k$$

Podobnie w kolejnym pokoleniu: $$P_{III} = P_{II} k = P_I k^2$$

Możemy wyprowadzić wzór ogólny określający moc reaktora w funkcji czasu: $$P(t) = P_0 k^{t/\tau}$$
gdzie τ oznacza czas życia pokolenia neutronów.

W naszym przypadku: $$2P_0 = P_0 k^{t=1\,\min/\tau}$$

Logarytmujemy obie strony: $$\ln(2P_0) = \ln P_0 + {t/\tau} \ln k$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\ln(2)\cdot\frac{\tau}{t}=\ln k$$

$$k=e^{\ln(2)\cdot\frac{\tau}{t}}$$

Dla neutronów natychmiastowych k_{eff} wynosi:

$$k=e^{\ln(2)\cdot\frac{10^{-3}}{60}}=1.0000115$$

Dla neutronów opóźnionych k_{eff} wynosi 1.00115.

Tak zwana reaktywność reaktora (definiowana jako k_{eff} – 1) wynosi w pierwszym przypadku $1.15\cdot10^{-5}$, a w drugim $1.15\cdot10^{-3}$. Widzimy, że w przypadku neutronów natychmiastowych nawet niewielka reaktywność reaktora (niewielkie odchylenie mnożnika powyżej wartości krytycznej) może spowodować szybki i trudny do kontrolowania wzrost mocy reaktora. Z tego powodu warunki pracy reaktora dobiera się tak, by mnożnik dla neutronów natychmiastowych był nieco mniejszy lub równy 1, a sterowanie reakcją przebiegało za pomocą ilości neutronów opóźnionych.

Zadanie 22*

W gałęzi I cyklu pp, który zachodzi wewnątrz gwiazd jądro helu powstaje na skutek syntezy jąder wodoru. Proces ten ma trzy etapy: w pierwszym powstaje jądro deuteru, a w drugim jądro ^{3}He. W trzecim etapie reakcja fuzji dwóch jąder ^{3}He produkuje jądro ^{4}He i dwa protony.

Zakładając, że w pewnej odległości od gwiazdy natężenie energii promieniowania wynosi 1kW/m^2, oszacuj jakiej wartości strumienia neutrin należy spodziewać się w tej odległości od gwiazdy.

Rozwiązanie

Aby powstało jądro deuteru ^{2}H w pierwszym etapie cyklu zachodzi przemiana protonu w neutron – aby spełnione byłby zasady zachowania dojdzie zatem do emisji pozytonu i neutrina:

$$^{1}\mathrm{H}+{}^{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{2}\mathrm{H}+e^{+}+\nu$$

Obliczamy energię wyzwalaną w reakcji syntezy na podstawie różnicy mas izotopowych, „dodając” jeden elektron. Masa elektronu i pozytonu jest taka sama i wynosi 5.45·10^{-4}u.

$$^{1}\mathrm{H}+{}^{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{2}\mathrm{H}+e^{+}+\nu+e^{-}$$

$$\Delta \mathrm{m}=1.007825\mathrm{u}+1.007825\mathrm{u}-2.014101\mathrm{u}-2\cdot 5.45\cdot 10^{-4}\,\mathrm{u}=4.59\cdot 10^{-4}\,\mathrm{u}$$

Masie tej odpowiada energia 0.42 MeV. Masę neutrina zaniedbujemy (odpowiada jej energia rzędu eV).

Powstający pozyton ulegnie anihilacji z elektronem, w wyniku czego powstaną 2 fotony o łącznej energii 1.02 MeV. Tak więc całkowita energia wydzielona na tym etapie to **1.44 MeV**.

W drugim etapie równanie ma postać:

$$^{2}\mathrm{H}+{}^{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{3}\mathrm{He}$$

Procesowi temu towarzyszy emisja promieniowania γ. Na podstawie różnicy mas izotopowych:

$$\Delta \mathrm{m}=1.007825\mathrm{u}+2.014101\mathrm{u}-3.016029\mathrm{u}=5.897\cdot 10^{-3}\,\mathrm{u}$$

Co odpowiada energii **5.493 MeV**

Rozważmy teraz trzeci etap:

$$^{3}\mathrm{He} + {}^{3}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + {}^{1}\mathrm{H} + {}^{1}\mathrm{H}$$

Na podstawie różnicy mas izotopowych:

$$\Delta m = 3.016029u + 3.016029u - 4.002603u - 1.007825u - 1.007825u = 0.013805u$$

Co odpowiada energii **12.859 MeV**

Całkowita energia wytwarzana podczas syntezy jądra ^{4}He wynosi:

$$E_c = 2 \cdot 1.44\mathrm{MeV} + 2 \cdot 5.493\mathrm{MeV} + 12.859\mathrm{MeV} = 26.74\mathrm{MeV}$$

Cykl ten zużywa 6 protonów, a wytwarza 2 – tak więc ilość protonów zużywana „netto” wynosi 4. Na każde jądro ^{4}He przypadają dwa pierwsze etapy cyklu – zatem liczba neutrin wytworzonych przy syntezie tego jądra wynosi 2. Obliczmy liczbę neutrin przypadających na 1 J energii. Przyjmiemy dla uproszczenia, że cała energia wytworzona podczas cyklu jest emitowana w postaci promieniowania γ. W rzeczywistości, ilość energii emitowanej w postaci promieniowania γ jest mniejsza - około 2% energii unoszą same neutrina.

Energia syntezy po przeliczeniu na J wynosi $4.284 \cdot 10^{-12}$J. Na 1 kJ przypada zatem $2.334 \cdot 10^{14}$ procesów syntezy. Jeśli natężenie (ilość energii przechodzącej w ciągu sekundy przez jednostkową powierzchnię) wynosi 1kW/m^2, liczba neutrin przechodzących przez tą powierzchnię w ciągu 1 sekundy jest dwukrotnie większa niż liczba rozpadów odpowiadająca tej energii – zatem przez powierzchnię 1m^2 przechodzi w ciągu 1 sekundy **$4.67 \cdot 10^{14}$ neutrin**

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 1

W przyrodzie występują dwa stabilne izotopy bromu: ^{35}Cl o masie izotopowej 34.9689u i ^{37}Cl o masie izotopowej 36.9659u. Masa atomowa chloru wynosi 35.4527u. Jakie jest rozpowszechnienie obu izotopów w przyrodzie?

Odp: 75.8% i 24.2%

Zadanie 2

W wyniku tak zwanej emisji dwuprotonowej z jądra emitowane są jednocześnie dwa protony. Izotopem, dla którego zachodzi taki rozpad jest ^{45}Fe. Produkt tego rozpadu ulega czterem kolejnym rozpadom β^+ do jądra stabilnego. Jakie jest to jądro?

Odp: ^{43}Ca

Zadanie 3

Podaj jakie jądro powstanie w wyniku wychwytu elektronu przez ^{57}Co. Czas połowicznego rozpadu ^{57}Co wynosi 272 dni. Jaki będzie skład izotopowy próbki tego izotopu po roku od wytworzenia?

Odp:^{57}Fe. Izotopu tego będzie około 60.5% (molowo).

Zadanie 4

Podaj, ile rozpadów α, a ile rozpadów β jest niezbędnych, by ^{238}U uległ rozpadowi w trwały ^{206}Pb.

Odp:8 rozpadów α, 6 rozpadów β

Zadanie 5

Według świadectwa wzorcowania preparatu promieniotwórczego 22Na, w dniu 5 grudnia 2008 roku jego aktywność wynosiła 44 kBq. Czas połowicznego rozpadu wynosi 2.60 lat. Jaką aktywność preparatu zmierzymy 5 grudnia 2011 roku? Po jakim czasie aktywność spadnie do 10%?

Odp: 19.63 kBq; spadnie do 10% po 8 latach i 232 dniach

Zadanie 6

Izotop ^{64}Cu może ulegać zarówno rozpadowi β^+ (z prawdopodobieństwem równym około 61%) jak i rozpadowi β^- (z prawdopodobieństwem równym około 39%). Czas połowicznego rozpadu tego izotopu wynosi 12.7 godziny. Podaj, jakie nuklidy powstają w wyniku rozpadu. Oblicz, ile czasu musi minąć by udział wagowy produktu rozpadu β^+ w całości próbki wynosi 25%.

Odp: ^{64}Ni, ^{64}Zn. Około 9 godzin 40 minut.

Zadanie 7

Świeżo po otrzymaniu, próbka o masie m =1g zawiera 40% (molowo) izotopu ^{56}Co o czasie połowicznego rozpadu 77.2 dnia oraz 60% izotopu ^{57}Co o czasie rozpadu 271.7 dnia. Podaj a) jaka jest początkowa aktywność próbki, b) jaka będzie aktywność próbki po 100 dniach?

Odp: $2.9\cdot10^{14}$Bq; po 100 dniach $1.6\cdot10^{14}$ Bq

Zadanie 8

Pewna skała zawiera 5g uranu ^{238}U oraz 1 g ołowiu ^{206}Pb. Czas połówkowego rozpadu, zdefiniowany dla całego szeregu rozpadów wynosi $4.47\cdot10^9$ lat. Oszacuj wiek skały, zakładając że początkowo nie zawierała ona ołowiu. Masa izotopowa ^{206}Pb wynosi 205.97u, a ^{238}U wynosi 238.05u.

Odp: Około $1.34\cdot10^9$ lat.

Zadanie 9

Generator radioizotopowy sondy kosmicznej wykorzystuje izotop ^{238}Pu o masie 100g. Izotop ten ulega rozpadowi α a czas połowicznego rozpadu wynosi 87.7 roku. Oblicz energię uzyskiwaną w procesie rozpadu i moc cieplną wydzielaną początkowo przez generator. Zakładając sprawność układu do przetwarzania energii cieplnej na elektryczną równą 20%, oblicz ile lat może działać sonda, jeśli moc niezbędna do zasilania układów elektronicznych wynosi 20W? Masa izotopowa ^{238}Pu 238.04956u, masa izotopowa ^{234}U 234.04095u, masa ^{4}He 4.002603u

Odp: $8.97 \cdot 10^{-13}$J, moc 56.8 watów; moc spadnie do 20W po 132 latach.

Zadanie 10

Po uszkodzeniu reaktora w Fukushimie, zarejestrowana aktywność związana z obecnością izotopu ^{131}I w wodzie wyniosła 180 kBq/litr. Oblicz, ile wynosi dawka pochłonięta i równoważnik dawki w ciągu godziny po wypiciu litra takiej wody? ^{131}I ulega rozpadowi β^-, czas połowicznego rozpadu wynosi 8.02 dnia, a średnia energia promieniowania wynosi 190 keV. Dla uproszczenia przyjmij, że aktywność w ciągu godziny nie uległa zmianie.

Odp: dawka 0.263 μGy; równoważnik dawki 0.263 μSv

Zadanie 11

Wykorzystując dane z poprzedniego zadania oszacuj równoważnik dawki w przypadku, kiedy izotop ^{131}I został w całości zaabsorbowany w organizmie (przyjmij czas wielokrotnie dłuższy niż czas połowicznego rozpadu).

Odp: 5.48 mSv

Zadanie 12

Po przejściu przez ścianę z betonu o grubości 10 cm natężenie promieniowania γ spada dwukrotnie. a) oblicz liniowy współczynnik tłumienia μ_L dla betonu, b) podaj, jaką grubość osłony z betonu należy zastosować, by natężenie promieniowania spadło 10 razy.

Odp: μ_L=0.0693 cm^{-1}; grubość osłony 33.219 cm

Zadanie 13

Po eksplozji nuklearnej natężenie promieniowania γ na powierzchni morza przekracza bezpieczne wartości 10^9 raza. Zakładając że energia promieniowania wynosi około 1 MeV, oszacuj na jaką głębokość powinno się zanurkować aby zredukować natężenie promieniowania do bezpiecznego poziomu? Potrzebne dane dotyczące współczynników tłumienia znajdziesz na stronie: http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab3.html

Odp: Masowy współczynnik tłumienia dla wody dla podanej energii 0.071 cm^2/g; głębokość 2.93 metra – wynik ten nie bierze pod uwagę ewentualnych rozpadów wtórnych wywołanych napromieniowaniem wierzchnich warstw wody.

Zadanie 14

Oblicz, jaka powinna być grubość warstwy kadmu, by zaabsorbować 75% neutronów o energii 0.2 eV. Dla podanej energii przekrój czynny na wychwyt neutronu wynosi $6\cdot10^3$ barnów. Objętość molowa kadmu wynosi $13\cdot10^{-6}$ m^3/mol.

Odp: 50 μm. Dla podanej energii kadm skutecznie pochłania neutrony.

Zadanie 15

Przez złotą blaszkę o wymiarach 5x5 cm i masie 50 g przechodzi wiązka protonów. Współczynnik transmisji dla wiązki, mierzony przez detektor umieszczony za blachą na osi wiązki wynosi 0.99. Jaki jest przekrój czynny na rozpraszanie wyrażony w barnach?

Odp:0.0164 barna

Zadanie 16.

Oblicz, jaka będzie maksymalna strata energii cząstki α o energii 1MeV przy zderzeniu: a) z elektronem (możemy założyć, że znajduje się on w spoczynku), b) jądrem węgla ^{12}C. Dla uproszczenia rozważ klasyczny (nierelatywistyczny) opis zderzenia – sprawdź, czy jest on słuszny w przypadku a).

Odp: a) 0.548 keV; b) 0.75 MeV; wy przypadku a) prędkość elektronu stanowi 4.63 %c.

Zadanie 17

Oblicz energię wiązania przypadającą na 1 nukleon dla a) izotopu litu ^{6}Li, b) izotopu węgla ^{12}C. Masa izotopowa ^{6}Li wynosi 6.015123u, masa izotopowa węgla ^{12}C 12u, masa neutronu 1.008665u, masa atomu wodoru 1.007825u. Wynik wyraź w eV.

Odp: a) 5.33 MeV/nukleon, b) 7.68 MeV/nukleon

Zadanie 18

Jedna z możliwych reakcji rozszczepienia uranu ^{235}U, zainicjowanego neutronem termicznym, to rozpad jądra na izotopy ^{140}Xe i ^{94}Sr. Podaj: a) ile neutronów powstaje w wyniku tego rozpadu, b) ilość energii jaka wydzieli się podczas takiej reakcji. Masa izotopowa ^{235}U wynosi 235.04393u, ^{140}Xe 139.92164u a ^{94}Sr 93.91536u.

Odp: a) 1 neutron; b) 184.68 MeV

Zadanie 19

Jedną z reakcji syntezy proponowanych do zastosowania w elektrowniach jest synteza trytu ^{3}H w hel ^{4}He Oblicz, jaka jest energia uzyskiwana z tej reakcji i jaka masa trytu musiałaby być zużywana w ciągu sekundy aby zasilić elektrownię o mocy 100 MW. Masa izotopowa ^{3}H 3.016049u, masa izotopowa ^{4}He 4.002603u.

Odp: 0.567MeV na każde jądro trytu; 552 g/s

Zadanie 20

W tak zwanej gałęzi cyklu ppII zachodzącego we wnętrzu gwiazd występują następujące przemiany jądrowe: synteza helu ^{3}He i ^{4}He w ^{7}Be, rozpad β- ^{7}Be i synteza ^{7}Li i wodoru ^{1}H, której produktem są dwa jądra ^{4}He. Podaj, jaka jest całkowita energia tej gałęzi cyklu i podaj ją w przeliczeniu na nukleon jąder biorących udział w reakcji. Masy izotopowe znajdź w tablicach.

Odp: 19.79 eV; 2.47 eV na nukleon.

Zadanie 21

Czas życia pokolenia neutronów neutronów opóźnionych w reaktorze wynosi 10^{-1}s. Współczynnik mnożenia reaktora k_{eff} wynosi 1.0001. Moc reaktora wynosi 80%. Podaj, w ciągu jakiego czasu moc reaktora osiągnie 100%.

Odp: 223 sekundy.

Zadanie 22

Cez ^{137}Cs ulega rozpadowi β^{-}. Dla 92% rozpadów powstaje wzbudzone jądro ^{137}Ba, które następnie przechodzi do stanu podstawowego emitując kwant γ o energii 0.66MeV. Dla 9% rozpadów β^{+} rozpad następuje bezpośrednio do stanu podstawowego jądra ^{137}Ba, a energia elektronu wynosi 1.17 MeV.

Widmo promieniowania sodu Cez ^{137}Cs jest rejestrowane spektrometrem scyntylacyjnym. Podaj, jakie zjawiska mogą być obserwowane w widmie i dla jakich wartości energii.

Odp: Absorpcja całkowita przy 0.66 MeV, krawędź Comptona przy 0.47 MeV; rozpraszanie wsteczne przy 0.2 MeV.

Zadanie 23

Podaj, ile zderzeń jest potrzebnych do spowolnienia neutronu o energii 2MeV do energii 0.03 eV w przypadku użycia jako moderatora boru ^{11}B. Załóż że zderzenia są centralne. Powtórz obliczenia dla cząstki α.

Odp: 49.4 zderzenia dla neutronu (warto porównać ten wynik z rozwiązanym zadaniem 18); 11.9 zderzenia dla cząstki α.