PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Magnetyzm

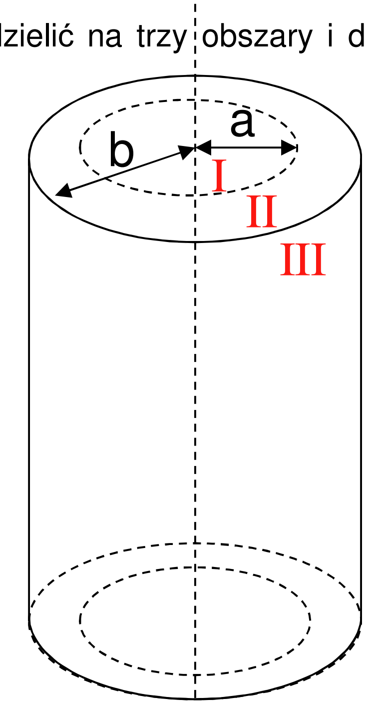
Zadania z rozwiązaniami

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadanie 1
Długi walec wydrążony w środku ma promień wewnętrzny *a* i promień zewnętrzny *b*. Przez walec płynie prąd o gęstości danej zależnością **j(r) = cr²**, gdzie c jest dodatnią stałą, a r odległością od osi walca. Ile wynosi wartość indukcji magnetycznej w funkcji odległości od osi walca?
Rozwiązanie:
Ponieważ zadany walec jest obiektem przestrzennym w celu wyznaczenia wektora indukcji magnetycznej należy skorzystać z prawa Ampera. Dla walca wybranym konturem będzie współśrodkowy okrąg o promieniu r.
Aby wyznaczyć wektor indukcji magnetycznej w funkcji odległości od osi walca należy przestrzeń podzielić na trzy obszary i dla każdego z nich wyznaczyć wektor B.



Obszar I: dla r<a:

Przez ten obszar nie płynie prąd, dlatego I=0, więc $\boxed{B=0}$

Obszar II: dla a≤r<b:

Należy obliczyć natężenie prądu przepływające przez koło o promieniu r z rozpatrywanego obszaru.
Gęstość prądu jest równa:

$$j=\frac{dI}{dS} \quad (1)$$

Korzystając z (1), wyznaczamy natężenie prądu przepływające przez kontur o promieniu r:

$$I=\int jdS \qquad S=\pi r^2 \Rightarrow dS=2\pi r dr$$

$$I=\int_a^r j2\pi r dr=\int_a^r cr^2 2\pi r dr=2\pi c*\frac{1}{4}r^4\Big|_a^r=\frac{1}{2}\pi c\left(r^4-a^4\right)$$

Następnie korzystając z prawa Amper należy wyznaczyć wektor B: $\mu_0 * I=\oint Bdl \Rightarrow \mu_0 * \frac{\pi c\left(r^4-a^4\right)}{2}=B*2\pi r$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 * c\left(r^4-a^4\right)}{4r}}$$

Obszar III: dla r≥b:

Dla tego obszaru wykonujemy analogiczne obliczenia, jak dla obszaru II, zmieniając tylko granice całkowania:

$$I=\int_a^b cr^2 2\pi r dr=2\pi c*\frac{1}{4}r^4\Big|_a^b=\frac{1}{2}\pi c\left(b^4-a^4\right)\Rightarrow \boxed{B=\frac{\mu_0 * c\left(b^4-a^4\right)}{4r}}$$

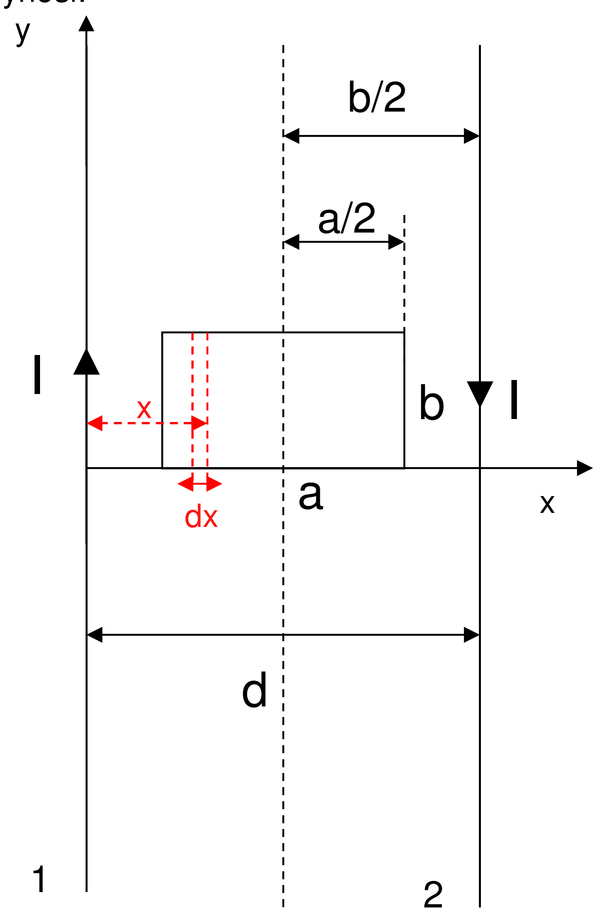
Zadanie 2

W polu magnetycznym wytworzonym przez dwa bardzo długie przewodniki z prądem odległe od siebie na odległość *d* płyną prądy o natężeniu *I* w tym samym kierunku. W obszarze pomiędzy przewodnikami znajduje się prostokątny obwód o wymiarach *axb* umieszczony symetrycznie. Obliczyć strumień pola magnetycznego przenikający przez ten obwód.

Rozwiązanie:

Należy zauważyć, że w obszarze, gdzie znajduje się prostokątny obwód, linie pola magnetycznego od obu przewodników mają ten sam kierunek i zwrot. Dodatkowo ramka leży symetrycznie względem przewodów, więc wartość strumienia od pojedynczych przewodów będzie taka sama. Wystarczy więc wyznaczyć strumień pola od jednego przewodnika i pomnożyć otrzymaną zależność przez 2, czyli całkowity strumień będzie równy $\Phi_c = 2*\Phi_1 = 2*\Phi_2$. W takim razie liczymy strumień Φ_1, będący sumą linii pola magnetycznego wytwarzanych wokół przewodnika pierwszego, które przechodzą przez pole ramki. Pamiętając, ze wektor indukcji magnetycznej od nieskończonego przewodnika z prądem wynosi:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



należy zauważyć, iż zmienia się on tylko w kierunku x. W związku z tym dzielimy powierzchnie ramki na nieskończoną ilość prostokątów o wymiarach dx ^{x} b, w obrębie których wektor B ma stałą wartość.

Strumień dla takiego prostokąta będzie równy: $d\phi = Bds = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx$

A całkowity strumień przechodzący przez ramkę (liczony wciąż od jednego przewodu) będzie równy sumie wszystkich dΦ:

$$\phi_1 = \int_{\phi_1}^{\phi_n} d\phi = \int_{\frac{b-a}{2}}^{\frac{b+a}{2}} \frac{\mu_0 Ib}{2\pi} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b-a}$$

Pamiętając iż $\Phi_1 = \Phi_2$, to całkowity strumień (tym razem od obu przewodów) przenikający przez ramkę będzie równy:

$$\boxed{\phi_c = 2*\phi_1 = \frac{\mu_0 Ib}{\pi} \ln \frac{b+a}{b-a}}$$

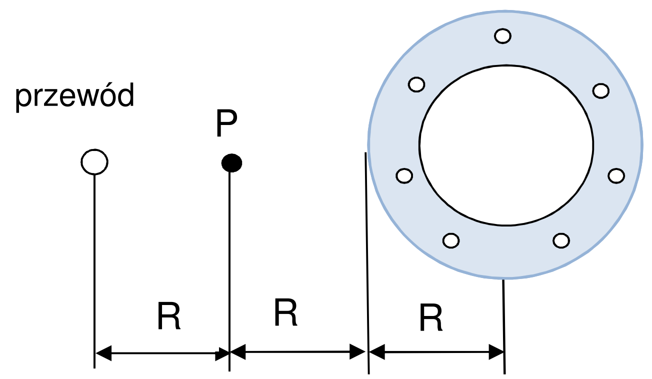
Zadanie 3

W długiej okrągłej rurze o zewnętrznym promieniu równym *R* płynie równomiernie rozłożony prąd o natężeniu *I*, skierowany za płaszczyznę rysunku. Przewód biegnie równolegle do rury w odległości *3R*, licząc od środka rury do środka przewodu. Wyznacz wartość i kierunek prądu płynącego w przewodzie, tak aby indukcja magnetyczna wypadkowego pola w punkcie P miała taką samą wartość, jak wypadkowego pola magnetycznego w środku rury.

Rozwiązanie:

Wektor indukcji magnetycznej w każdym punkcie będzie równy sumie wektora indukcji pochodzącego od rury B_R i od przewodu B_R:

$$\vec{B} = \vec{B}_R + \vec{B}_P$$



Wektor B_R w środku rury wyznaczamy korzystając z prawa Ampera. Ponieważ w środku rury nie płynie prąd, więc wektor indukcji B_R jest równy zero. Zakładając, że przez przewód płynie prąd o natężeniu I_x, wektor B_p w środku rury jest równy:

$$B_P = \frac{\mu_0 I_x}{2\pi * 3R} = \frac{\mu_0 I_x}{6\pi R}$$

Tym samym wektor B w środku rury jest równy:

$$B = \frac{\mu_0 I_x}{6\pi R}$$

Ponieważ wektor B_p w punkcie P jest równy: $B_P = \dfrac{\mu_0 I_x}{2\pi R}$, a $B_R = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}$, więc aby sumaryczny wektor indukcji w punkcie P, był równy wartości B w środku rury, to prąd w przewodzie musi płynąć w przeciwną stronę niż w rurze i wtedy:

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi R} - \frac{\mu_0 I_x}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I_x}{6\pi R}$$

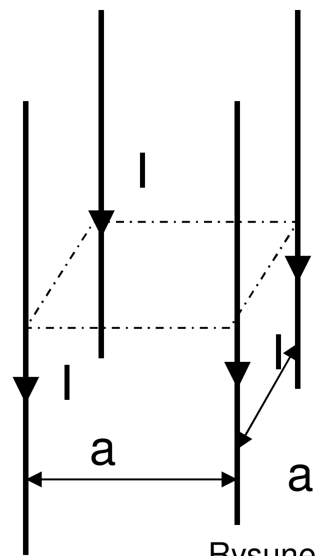
Rozwiązując równanie otrzymujemy wartość prądu płynącego w przewodzie:

$$\boxed{I_x = \frac{3}{8} I}$$

Zadanie 4
Cztery cienkie, nieskończenie długie przewody są ułożone równolegle do siebie i znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku *a*. W każdym płynie prąd o natężeniu *I* w tym samym kierunku. Jaka jest wartość wektora *B* w środku kwadratu? Wyznacz wartość i kierunek siły na jednostkę długości, działającej na każdy przewód.

Rozwiązanie:
Wektor indukcji magnetycznej w środku kwadratu będzie sumą wektorów indukcji pochodzących od czterech przewodów:

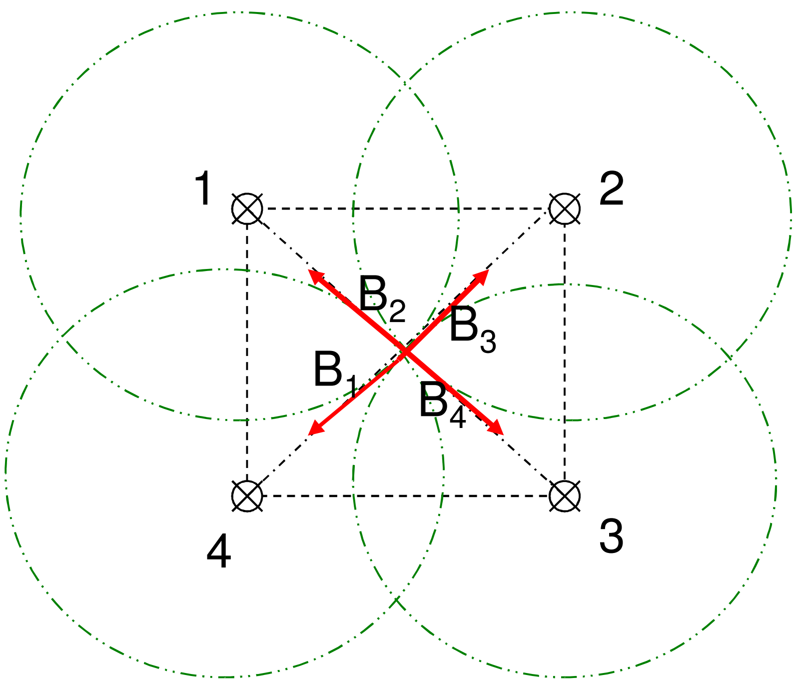
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$



Rysunek 1.

Zatem należy wyznaczyć wektor indukcji w środku kwadratu od każdego z przewodów. Wektory przedstawia rysunek 2. Wektory te są co do wartości sobie równe, ponieważ w przewodach płynie prąd o takiej samej wartości i odległość od przewodu w każdym z czterech przypadków jest taka sama i równa: $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Wartość wektorów wynosi:

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{\pi a\sqrt{2}}$$



Rysunek 2.
Na zielono zostały zaznaczone linie pola magnetycznego.

Uwzględniając zwroty wektorów, wartość wektora indukcji w środku kwadratu będzie równa 0, co ilustruje rysunek nr 2.

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = 0}$$

Ponieważ układ jest symetryczny i przez wszystkie przewody płynie prąd o takiej samej wartości, to na każdy przewód będzie działała taka sama siła. Dlatego też rozpatrzymy siłę działającą tylko na jeden przewód, co zostało pokazane na rysunku nr 3.
Siła działająca na przewodnik nr 3 będzie równa sumie cząstkowych sił działających na ten przewodnik od strony pozostałych przewodów:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4$$

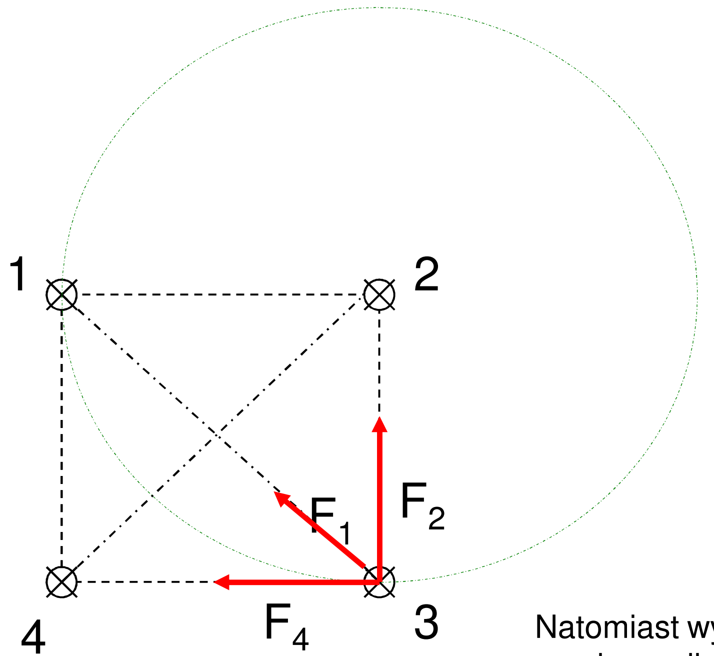
Siła działająca na przewodnik z prądem umieszczony w polu magnetycznym wynosi: $\vec{F} = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$

Ponieważ we wszystkich przypadkach kąt <(I,B) = 90º, wówczas poszczególne siły wynoszą:

$$F_1 = IlB_1 = Il\frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}}$$

$$F_2 = IlB_2 = Il\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$F_4 = IlB_4 = Il\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



Rysunek 3.

Suma sił $\mathbf{F_2}$ i $\mathbf{F_4}$ będzie wektorem o kierunku i zwrocie zgodnym z siłą F_1 i wartości równej:

$$F_2 + F_4 = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a}\sqrt{2}$$

Natomiast wypadkowa siła działająca na przewód nr. 3 będzie miała kierunek i zwrot zgodny z siłą F_1, a jej wartość wynosi:

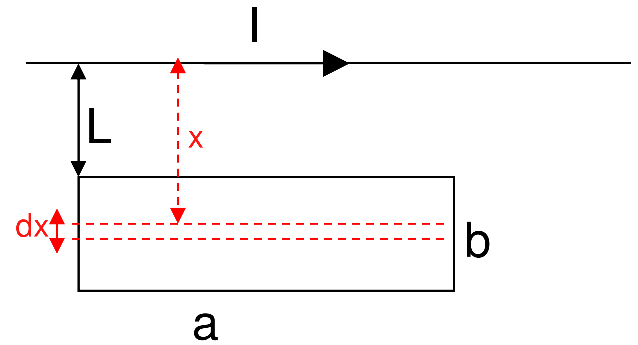
$$F_3 = F_1 + F_2 + F_4 = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right)$$

$$\boxed{F_3 = \frac{3\mu_0 I^2 l}{4\pi a}\sqrt{2}}$$

Zadanie 5

Przez nieskończenie długi i prostoliniowy przewód płynie prąd o natężeniu danym równaniem: $I=I_0t$. W odległości L znajduje się prostokątna ramka o wymiarach *axb* i oporze *R*. Przewód i ramka leżą w jednej płaszczyźnie. Obliczyć natężenie prądu I_x jaki płynie w ramce.

Rozwiązanie:



Zmienny prąd płynący w przewodzie powoduje powstanie wokół niego pola magnetycznego zmieniającego się w czasie. Zmienne pole powoduje zmianę w czasie strumienia magnetycznego przechodzącego przez ramkę. Zgodnie z prawem indukcji Faraday'a zmiana strumienia w czasie spowoduje powstanie SEM indukcji i w ramce popłynie prąd o natężeniu równym:

$$I=\frac{|\varepsilon|}{R} \quad (1)$$

, gdzie:

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

.

Obliczając strumień należy zauważyć, iż zmiana liczby linii pola przechodzących przez ramkę odbywa się tylko wzdłuż boku b. Zmiana linii pola wzdłuż boku a nie występuje. Dlatego też dzielimy obszar ramki na nieskończoną ilość prostokątów o wymiarach dx × a, w obszarze których przyjmujemy stałą wartość indukcji pola magnetycznego i strumień pola dΦ dla takiego prostokąta będzie równy:

$$d\phi=Bds=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}adx \qquad (3)$$

Całkowity strumień pola magnetycznego przechodzący przez całą ramkę będzie równy sumie wszystkich przyrostów dΦ:

$$\phi=\int_{\phi_1}^{\phi_n}d\phi=\int_{l}^{l+b}\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\frac{l+b}{l}=\frac{\mu_0 I_0 ta}{2\pi}\ln\frac{l+b}{l} \qquad (4)$$

Korzystając z zależności (2) otrzymujemy:

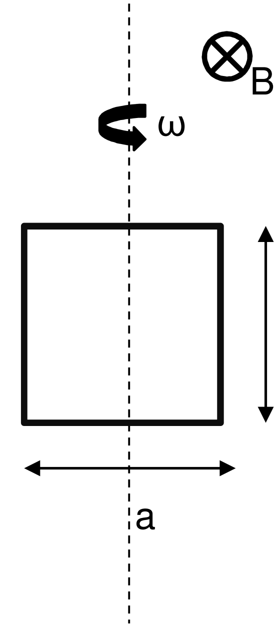
$$\varepsilon=-\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\ln\frac{l+b}{l} \qquad (5)$$

Wstawiając zależność (5) do (1) otrzymujemy rozwiązanie zadania, czyli wartość prądu, który popłynie w ramce:

$$\boxed{I_x=\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi R}\ln\frac{l+b}{l}}$$

Zadanie 6

W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji *B* obraca się jednostajnie kwadratowa ramka o boku *a* i oporze *R*. Maksymalne natężenie prądu indukowanego w obracającej się ramce wynosi I_{max}. Obliczyć prędkość kątową ramki.



Rozwiązanie:

Na początku należy wyznaczyć zależność prądu indukcyjnego od czasu, w tym celu trzeba policzyć SEM indukcji:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left(\vec{B} * \vec{S}\right)}{dt} \qquad (1)$$

Zmiana strumienia jest wywołana zmianą w czasie kąta pomiędzy wektorami **B** i **S**. Ponieważ ramka obraca się jednostajnie kąt będzie zmieniał się zgodnie z zależnością: $<\left(\vec{B}, \vec{S}\right) = \omega t$

I strumień magnetyczny będzie się zmieniał w czasie zgodnie z funkcją: $\phi = Ba^2 \cos(\omega t)$ (2)

Korzystając z równania (1) i (2) SEM wyniesie: $\varepsilon = Ba^2 \omega \sin(\omega t)$

a zmiana prądu w czasie będzie równa:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Ba^2 \omega \sin(\omega t)}{R}$$

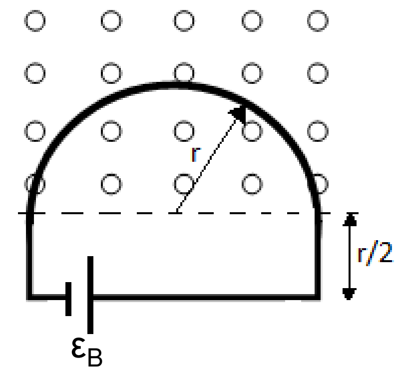
Maksymalna wartość prądu popłynie, gdy funkcja sin(ωt) osiągnie maksymalną wartość, czyli sin(ωt)=1. Korzystając z tego założenia otrzymamy szukaną prędkość kątową:

$$I_{\max} = \frac{Ba^2 \omega}{R} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{I_{\max} R}{Ba^2}}$$

Zadanie 7

Na rysunku przedstawiono przewodzącą pętlę, składającą się z półokręgu o promieniu *r* i trzech odcinków. Półokrąg znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji *B*, skierowanym przed płaszczyznę rysunku. Wartość indukcji jest dana wzorem: $B = 4t^2 + 2t + 3$. Do pętli dołączone jest źródło doskonałe SEM ε_B. Opór pętli wynosi *R*. Jak zmienia się w czasie wartość indukowanej w pętli SEM ε_{Ind}? Jak zmienia się w czasie natężenie płynącego prądu?

Rozwiązanie:



Zmienne pole magnetyczne powoduje zmianę strumienia magnetycznego i tym samym powstanie SEM indukcji, zgodnie z prawem indukcji Faraday'a:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d\left(B\frac{\pi r^2}{2}\right)}{dt} = \frac{\pi r^2}{2}\frac{d\left(4t^2 + 2t + 3\right)}{dt}$$

Czyli zmiana SEM indukcji w czasie będzie równa: $\boxed{\varepsilon_{ind}(t) = -\pi r^2 (4t+1)}$

Korzystając z drugiego prawa Kirchhoffa wyznaczamy zależność natężenia płynącego prądu w czasie:

$$I = \frac{\varepsilon_B - \varepsilon_{ind}}{R}$$

$$\boxed{I(t) = \frac{\varepsilon_B - \pi r^2 (4t+1)}{R}}$$

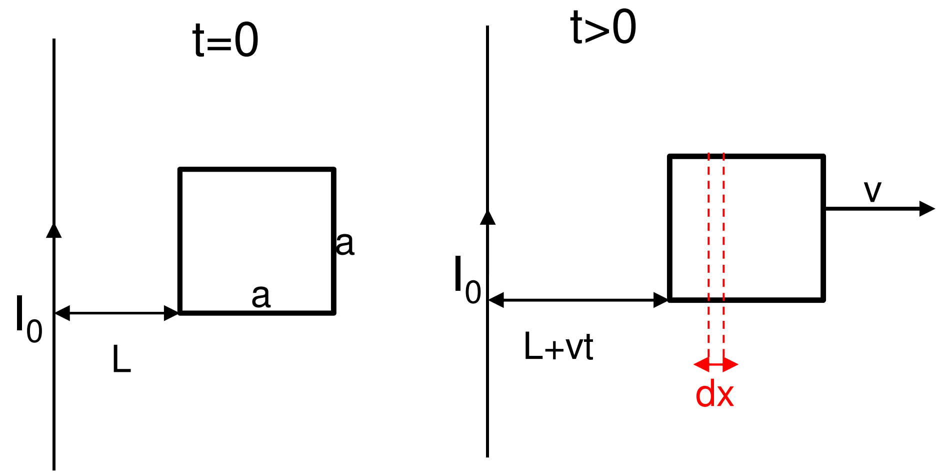
Zadanie 8

Przez cienki prostoliniowy, bardzo długi przewód płynie stały prąd o natężeniu I_0. W płaszczyźnie osiowej tego przewodu przesuwa się ze stałą prędkością *v* kwadratowa ramka o boku *a*. Ramka znajduje się w odległości *L* od przewodu, a jej rezystencja wynosi *R*. Znaleźć funkcję opisującą przebieg w czasie prądu indukowanego w ramce.

Rozwiązanie:

W ramce popłynie prąd zgodnie z prawem indukcji Faraday'a. Aby policzyć jego wartość najpierw należy napisać zależność zmiany strumienia magnetycznego w czasie. Strumień magnetyczny opisany jest równaniem:

$$\phi = \int \vec{B} * d\vec{S}$$



Ponieważ wektor B i S są do siebie równoległe, a zmiana wektora indukcji magnetycznej zachodzi tylko wzdłuż jednego boku więc zmiana strumienia magnetycznego w czasie będzie

równa:
$$\phi = \int_{vt+L}^{vt+L+b} Badx = \int_{vt+L}^{vt+L+a} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x} adx = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \ln \frac{vt+L+a}{vt+L}$$

Następnie należy policzyć SEM indukcji: $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$

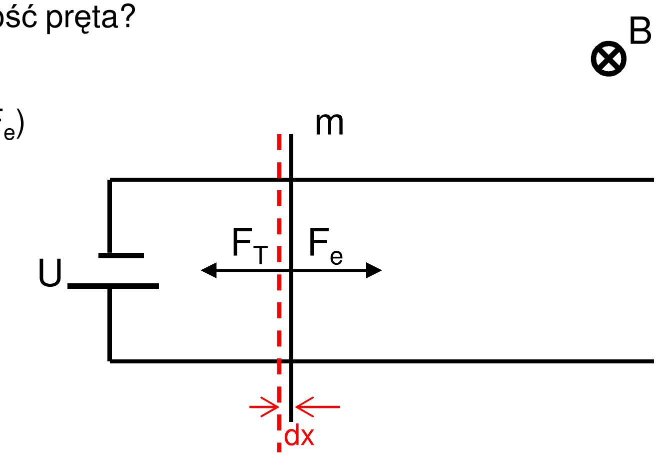
$$\varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 a^2 v}{2\pi (vt+L+a)(vt+L)}$$

Wykorzystując zależność $I_{ind} = \frac{\varepsilon}{R}$ otrzymujemy wartość prądu indukowanego w ramce:

$$\boxed{I_{ind} = \frac{\mu_0 I_0 a^2 v}{2\pi R (vt+L+a)(vt+L)}}$$

Zadanie 9

Na dwóch równoległych poziomych szynach położono pręt o oporze *R*, długości *L* i masie *m*. Szyny są połączone ze źródłem napięcia *U* i znajdują się na całej swojej długości w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji *B*, skierowanej prostopadle do szyn. Współczynnik tarcia pręta o szyny wynosi *μ*. Jaka będzie maksymalna prędkość pręta?



Rozwiązanie:

Poprzeczka będzie się poruszać pod wpływem dwóch sił: siły elektromotorycznej (F_e) i siły tarcia (F_T). II zasada dynamiki będzie miała postać:

$$m\vec{a} = \vec{F}_e + \vec{F}_T$$

Gdzie siła tarcia jest równa:

$$F_T = mg\mu$$

a siła elektrodynamiczna:

$$\vec{F}_e = I\left(\vec{L}\times\vec{B}\right) \Rightarrow \vec{L}\perp\vec{B} \Rightarrow F_e = ILB$$

Korzystając z II prawa Kirchhoffa natężenie prądu będzie równe:

$$I = \frac{U_B - \varepsilon_{ind}}{R}$$

gdzie: $\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d(BLdx)}{dt} = -BLv$ czyli ostatecznie natężenie ma postać:

$$I = \frac{U_B - BLv}{R}$$

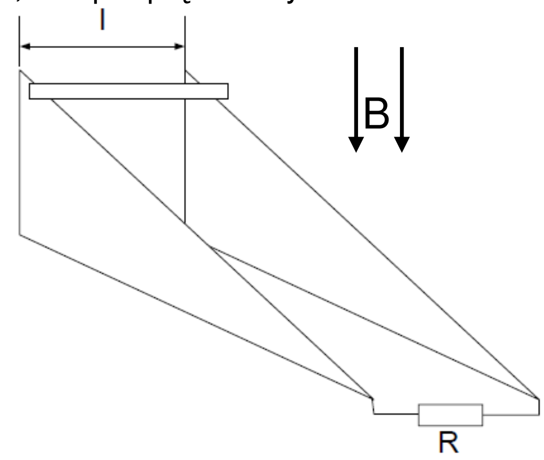
Maksymalną prędkość poprzeczka osiągnie, gdy działające siły się zrównoważą, czyli spełniony będzie warunek:

$$F_e = F_T$$

$$\frac{U_B - BLv_{\max}}{R} BL = mg\mu \quad \Longrightarrow \quad \boxed{v_{\max} = \frac{U_B}{BL} - \frac{mg\mu R}{B^2L^2}}$$

Zadanie 10

Pręt o długości *l* i masie *m* położono na dwóch równoległych szynach nachylonych pod kątem *α* do poziomu i zwartych na dolnym końcu oporem *R*. Szyny znajdują się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji *B*, skierowanym prostopadle do poziomu. Znaleźć maksymalną prędkość ruchu pręta. Przyjąć, że pręt może ślizgać się bez tarcia oraz, że opór pręta i szyn można zaniedbać.



Rozwiązanie:

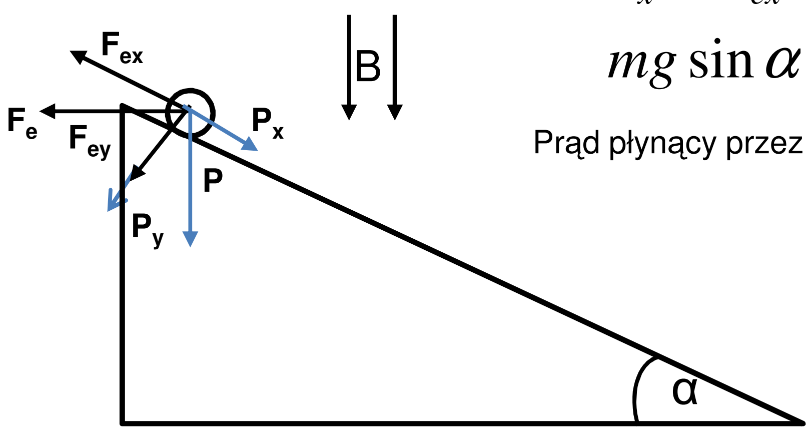
Pod wpływem siły ciężkość pręt zacznie się zsuwać w dół, powodując zmianę strumienia pola magnetycznego, zatem zgodnie z prawem indukcji Faradaya, w pręcie popłynie prąd i zacznie na niego działać poza siłą ciężkości (P) - siła elektrodynamiczna F_e opisana zależnością:

$$\vec{F}_e = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

Pręt będzie poruszał się na skutek działania siły ciężkości i siły elektrodynamicznej. W pierwszym etapie ruchu będzie poruszał się ruchem zmiennym do chwili zrównoważenia się w kierunku ruchu pręta obu wyżej wymienionych sił. Wówczas zacznie poruszać się ze stałą prędkością v. Nastąpi to, gdy:

$$P_x = F_{ex}$$

$$mg\sin\alpha = IlB\cos\alpha \quad (1)$$



Prąd płynący przez pręt jest równy:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_\perp l dx\right) = -Blv\cos\alpha \quad (2)$$

Licząc strumień uwzględniamy tylko składową prostopadłą, gdyż: $\vec{B}_{II} * \vec{S} = 0$

Wstawiając (2) do (1) otrzymujemy rozwiązanie zadania:

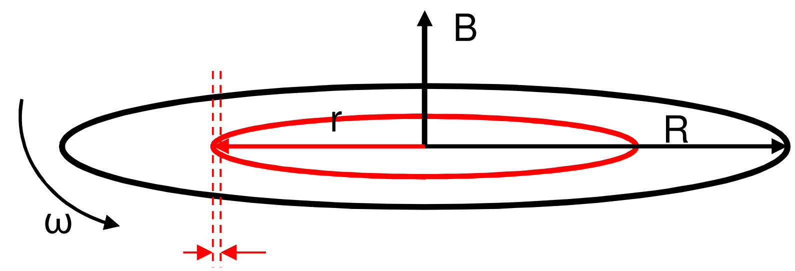
$$mg\sin\alpha = \frac{B^2 l^2 v \cos^2\alpha}{R} \Rightarrow \boxed{v = \frac{Rmg\sin\alpha}{B^2 l^2 \cos^2\alpha}}$$

Zadanie 11

Jednorodnie naładowana ładunkiem *Q* cienka tarcza o promieniu *R* obraca się z prędkością kątową *ω* dookoła swojej osi. Wyznacz wartość wektora indukcji pola magnetycznego w geometrycznym środku tarczy.

Rozwiązanie:

W celu wyznaczenia wektora indukcji magnetycznej dzielimy tarczę na współśrodkowe pierścienie o grubości dx i promieniu r. Na każdym pierścieniu zgromadzony jest ładunek dq. Korzystając z prawa Biota-Savarta wyznaczamy wektor indukcji od pojedynczego pierścienia:



$$dB = \frac{\mu_0 dI}{4\pi}\int \frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

Ponieważ: $$d\vec{l} \perp \vec{r} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 dI}{4\pi}\int \frac{dl}{r^2} \qquad (1)$$

Wiedząc, że ładunek jest rozłożony jednorodnie, korzystając z proporcji wyznaczamy ładunek zgromadzony na pojedynczym pierścieniu o szerokości dx:

$$\begin{array}{l} Q - \pi R^2 \\ dQ - 2\pi r dr \end{array} \longrightarrow dQ = \frac{2\pi Q}{\pi R^2} r dr \qquad (2)$$

W czasie t=T przez pierścień przepłynie prąd: $dI = \frac{dQ}{T} = \frac{\omega dQ}{2\pi}$ i wykorzystując równanie (2) otrzymujemy: $dI = \frac{\omega Q}{\pi R^2} r dr$ (3)

Wstawiając (3) do (1) obliczymy wektor indukcji od pojedynczego pierścienia: $dB = \frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi R^2} dr$ (4)

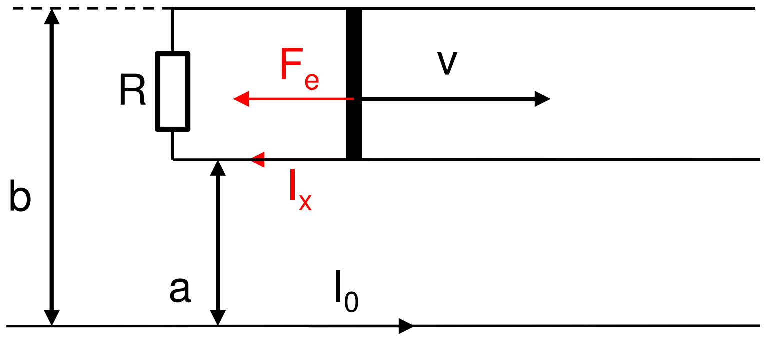
Aby wyznaczyć całkowity wektor B od tarczy należy zsumować wektory indukcji od pojedynczych pierścieni (równanie (4)):

$$B = \int_{B_1}^{B_n} dB = \int_0^R \frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi R^2} dr = \boxed{\frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi R}}$$

Zadanie 12

W prostoliniowym, poziomym i nieskończenie długim przewodniku płynie prąd elektryczny o natężeniu I_0. Równolegle do przewodnika w płaszczyźnie poziomej w odległości a i b od niego leżą dwa metalowe pręty zwarte na jednym końcu oporem elektrycznym R. Po prętach przesuwa się bez tarcia metalowa poprzeczka ze stałą prędkością v. Zaniedbując opór elektryczny prętów i poprzeczki obliczyć natężenie prądu elektrycznego i wyznaczyć jego kierunek w obwodzie. Obliczyć siłę, jaka trzeba przyłożyć do poprzeczki, aby mogła ona utrzymać stałą prędkość.

Rozwiązanie:



Ruch poprzeczki po szynach powoduje zmianę pola przez które przenika pole magnetyczne, tym samym zmienia się strumień, który zgodnie z prawem indukcji Faraday'a indukuje SEM. W wyniku zjawiska indukcji popłynie w układzie prąd w takim kierunku, aby przeciwdziałać zmianom, która wywołała powstanie SEM. Tak więc wektor siły elektrodynamicznej, która powstanie powinien mieć zwrot przeciwny do wektora prędkości poprzeczki (został on zaznaczony kolorem czerwonym na rysunku). Korzystając z własności iloczynu wektorowego należy wyznaczyć kierunek prądu I_x (patrz rysunek).

Wartość prądu należy wyznaczyć z zależności: $$I_x = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

Korzystając z prawa indukcji Faradaya można obliczyć SEM indukcji:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BdS) = -\frac{dx}{dt}\int_a^b Bdy = -v\int_a^b \frac{\mu_0 I_0}{2\pi y}dy = -\frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

Tak więc prąd będzie równy: $$\boxed{I_x = \frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi R}\ln\frac{b}{a}}$$

Siła, którą należy przyłożyć do poprzeczki, aby poruszała się ona ze stałą prędkością, będzie równa co do wartości sile elektrodynamicznej, ale będzie miała przeciwny zwrot: $$F = F_e$$

Wartość siły można wyznaczyć z zależności:

$$F_e = \int I_x (dy \times B)$$

$$F_e = \frac{\mu_0 I_0 v}{2\pi R}\ln\frac{b}{a}\int_a^b \frac{\mu_0 I_0}{2\pi y}dy = \boxed{\frac{\mu_0^2 I_0^2 v}{4\pi^2 R}\ln^2\frac{b}{a} = F}$$

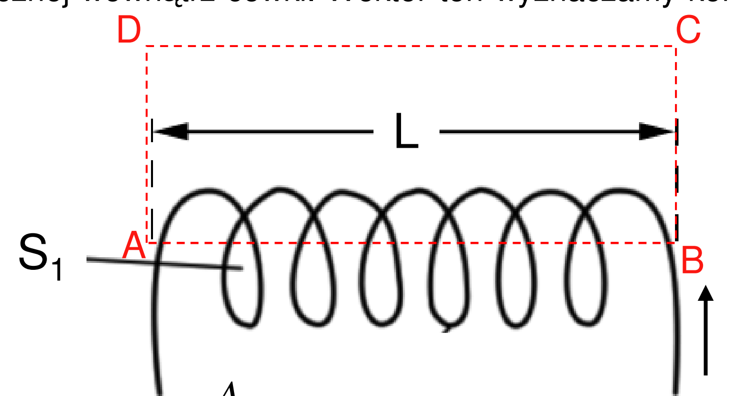
Zadanie 13

W cewkę o długości L, liczbie zwojów N_1 i polu przekroju poprzecznego S_1 włożono drugą cewkę o liczbie zwojów N_2, długości L i polu przekroju poprzecznego S_2. Znaleźć indukcyjność wzajemną takiego układu oraz wykazać, iż współczynnik ten nie zależy od wyboru cewki będącej źródłem pola.

Rozwiązanie:

Pierwszą rzeczą, którą należy wyznaczyć, to wektor indukcji magnetycznej wewnątrz cewki. Wektor ten wyznaczamy korzystając z prawa Ampera, zakładając:

1. Nieskończona długość solenoidu
2. Wewnątrz pole magnetyczne jest jednorodne
3. Na zewnątrz wektor indukcji magnetycznej wynosi 0.



Przy takich założeniach należy wybrać prostokąt i policzyć dla niego następującą całkę:

$$\oint \vec{B} * \vec{dl} = \underbrace{\int_A^B \vec{B} * \vec{dl}}_{1} + \underbrace{\int_B^C \vec{B} * \vec{dl}}_{2} + \underbrace{\int_C^D \vec{B} * \vec{dl}}_{3} + \underbrace{\int_D^A \vec{B} * \vec{dl}}_{4}$$

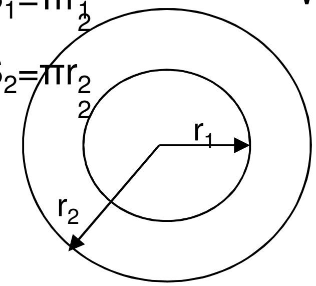
$$\left.\begin{aligned}
&1. B = const; \vec{B} II \vec{dl} \Rightarrow \int_A^B \vec{B}\vec{dl} = BL \\
&2. \vec{B} \perp \vec{dl} \Rightarrow \int_B^C \vec{B}\vec{dl} = 0 \\
&3. B = 0 \Rightarrow \int_C^D \vec{B}\vec{dl} = 0 \\
&4. \vec{B} \perp \vec{dl} \Rightarrow \int_D^A \vec{B}\vec{dl} = 0
\end{aligned}\right\} \oint \vec{B} * \vec{dl} = BL \Rightarrow BL = \mu_0 NI$$

Reasumując: wektor indukcji magnetycznej wewnątrz cewki o przekroju kołowym wynosi:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{L}}$$

$S_1=\pi r_1^2$

$S_2=\pi r_2^2$



Współczynnik indukcji wzajemnej jest zdefiniowany następująco: $$M_{12}=\frac{\Phi_{12}}{I_1}=M_{21}=\frac{\Phi_{21}}{I_2}$$

Gdzie:
Φ_{12}-strumień pola magnetycznego wytwarzanego w cewce pierwszej (1), a przechodzący przez cewkę 2-gą;
Φ_{21}-strumień pola magnetycznego wytwarzanego w cewce 2, a przechodzący przez cewkę 1.;
I_1, I_2- natężenie prądu płynące odpowiednio przez cewkę 1. i 2.

Jak widać współczynnik ten nie zależy od wyboru źródła pola, co musimy także udowodnić.

Przypadek 1.
Pole powstaje w cewce o polu S_1 i przechodzi przez cewkę o polu S_2.

$$\left.\begin{array}{l} B_1=\mu_0 I_1\dfrac{N_1}{L} \\ \Phi_{12}=B_1 * N_2 S_1 \end{array}\right\} \Phi_{12}=\mu_0 I_1\frac{N_1}{L} * N_2 S_1$$

Pomimo tego iż pole przechodzi, przez cewkę nr. 2, to licząc strumień przechodzący przez cewkę nr.2 i tak uwzględniamy pole S_1, gdyż tylko wewnątrz cewki nr. 1 istnieje pole magnetyczne.

Tak więc współczynnik M będzie wynosił:

$$M_{12}=\frac{\Phi_{12}}{I_1}=\frac{\mu_0 N_1 N_2 S_1}{L}$$

Przypadek 2.
Pole powstaje w cewce o polu S_2 i przechodzi przez cewkę o polu S_1.

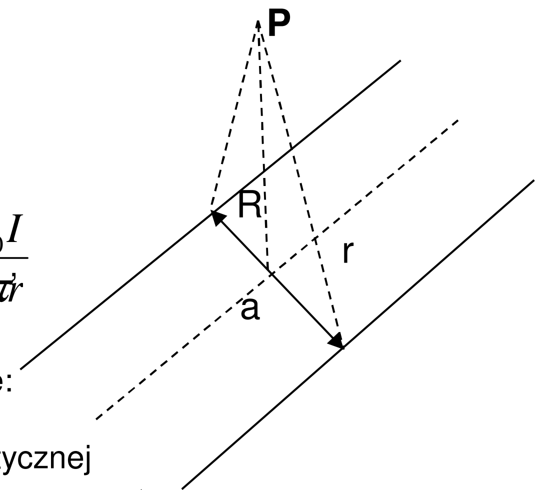
$$\left.\begin{array}{l} B_2=\mu_0 I_2\dfrac{N_2}{L} \\ \Phi_{21}=B_2 * N_1 S_1 \end{array}\right\} \Phi_{21}=\mu_0 I_2\frac{N_2}{L} * N_1 S_1$$

W tym przypadku współczynnik M będzie wynosił:

$$M_{21}=\frac{\Phi_{21}}{I_2}=\boxed{\frac{\mu_0 N_1 N_2 S_1}{L}}=M_{12}$$ c.n.u.

Zadanie 14

Przez płaski szeroki pasek o szerokości *a* i grubości, którą możemy zaniedbać płynie prąd o natężeniu *I*. Wyznacz wartość wektora indukcji magnetycznej w odległości *R* od środka paska, w kierunku prostopadłym do niego.



Rozwiązanie:

Aby wyznaczyć wartość wektora indukcji magnetycznej w punkcie P należy podzielić pasek na cienkie przewody o szerokości dx, a następnie zsumować wkłady od każdego przewodu w rozpatrywanym punkcie. Wartość wektora indukcji magnetycznej w punkcie

odległym o r od nieskończenie długiego cienkiego przewodu dana jest zależnością: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

gdzie I jest prądem przepływającym przez przewód, a r odległością. Na początku należy określić ilość prądu płynącego w cienkim przewodzie o grubości dx. Wykorzystując proporcje:

$$\begin{matrix} I - a \\ dI - x \end{matrix}$$

otrzymamy: $dI = \dfrac{Idx}{a}$, tak więc wkład do całkowitej wartości indukcji magnetycznej

w punkcie P od cienkiego przewodu o szerokości dx wynosi: $dB = \dfrac{\mu_0 dI}{2\pi r} = \dfrac{\mu_0 Idx}{2\pi ra}$.

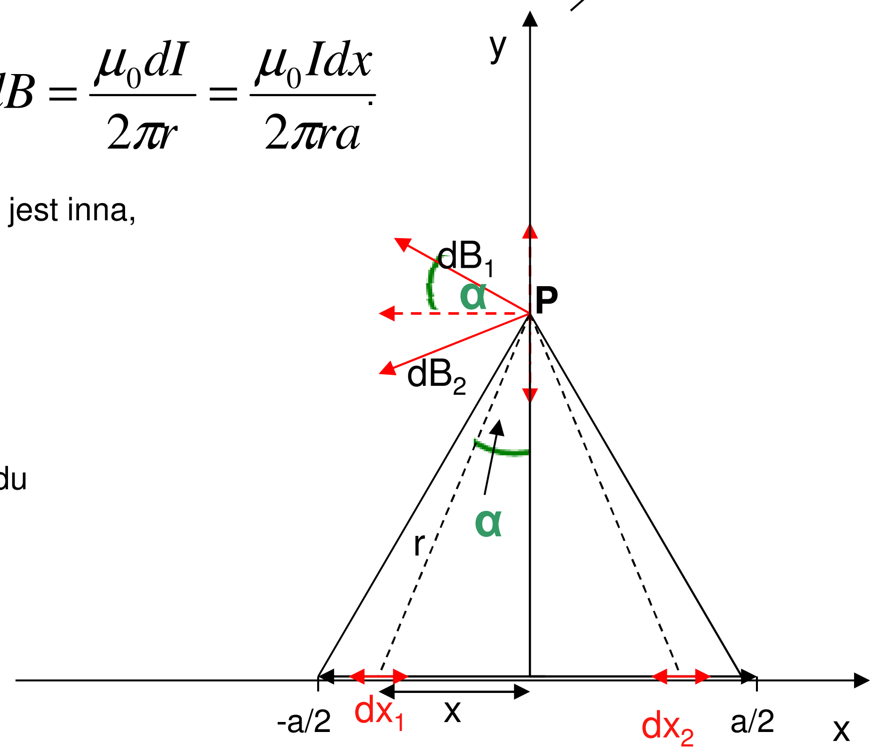
Należy zauważyć, że odległości r dla poszczególnych przewodów jest inna,

uzależniając ją od kąta α otrzymujemy:

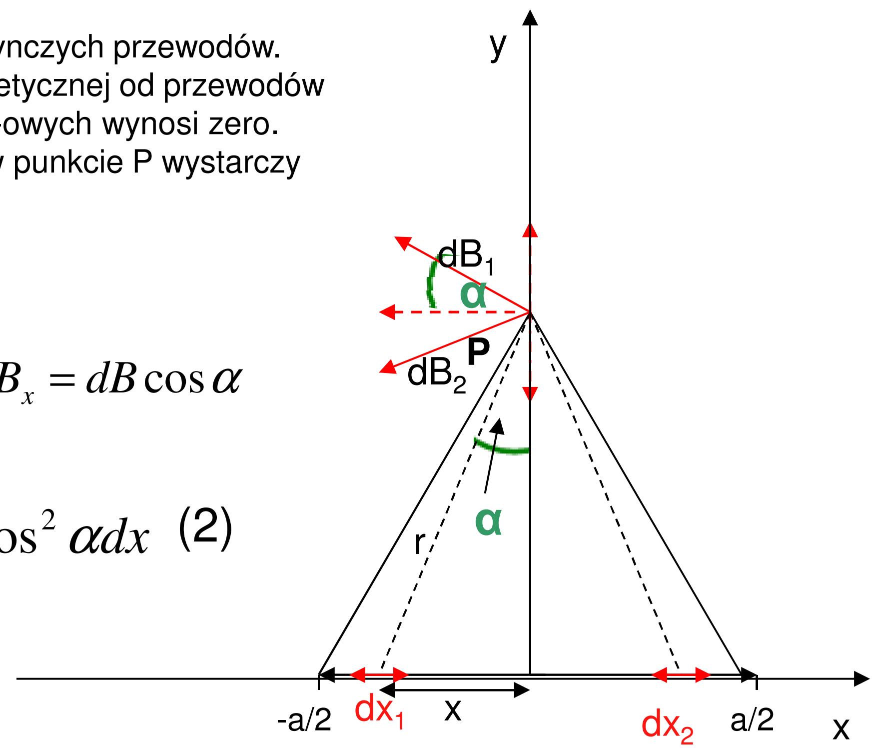
$$\frac{R}{r} = \cos\alpha \Rightarrow r = \frac{R}{\cos\alpha}$$

postać końcową indukcji magnetycznej dla pojedynczego przewodu przedstawia równanie: .

$$dB = \frac{\mu_0 Idx}{2\pi Ra}\cos\alpha \qquad (1)$$



Kolejna część zadania polega na zsumowaniu wkładów od pojedynczych przewodów. Należy zauważyć, iż sumując w punkcie P wektory indukcji magnetycznej od przewodów rozłożonych symetrycznie względem środka, suma składowych y-owych wynosi zero. Dlatego, aby otrzymać całkowitą wartość indukcji magnetycznej w punkcie P wystarczy zsumować tylko składowe x-owe od wszystkich wkładów dx:



$$B = \int dB_x$$

Korzystając z funkcji trygonometrycznych: $\frac{dB_x}{dB} = \cos\alpha \Rightarrow dB_x = dB\cos\alpha$

Wykorzystując równanie (1) otrzymujemy: $B = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0 I}{2\pi R a} \cos^2 \alpha dx$ (2)

Ponieważ kąt α zależy od dx, wykorzystujemy zależność:

$$\frac{x}{R} = tg\alpha \Rightarrow dx = \frac{R}{\cos^2\alpha} d\alpha \qquad (3)$$

Wstawiając zależność (3) do (2) otrzymujemy: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_{\alpha_p}^{\alpha_k} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \alpha \Big|_{\alpha_p}^{\alpha_k}$ (4) , gdzie α_p ,α_k są kątami dla skrajnych położeń przewodów.

Mamy więc:

$$\frac{-a/2}{R} = tg\alpha_p \Rightarrow \alpha_p = -arctg\left(\frac{a}{2R}\right)$$

I analogicznie α_k: $\alpha_k = arctg\left(\frac{a}{2R}\right)$

Podstawiając α_p ,α_k do (4) otrzymujemy ostateczną wartość wektora indukcji magnetyczne w punkcie P:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(2arctg\left(\frac{a}{2R}\right)\right)}$$

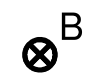
Poprawność otrzymanego wyniku można sprawdzić rozpatrując rozwiązanie dla przypadku, gdy R>>a wówczas szeroki pasek możemy potraktować jak nieskończenie długi, cienki przewód i przyjmując iż arctgα≈α otrzymamy wynik: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Zadani 15

Dwie równoległe szyny odległe od siebie o *L* i spięte na jednym z końców oporem *R* znajdują się w polu magnetycznym o indukcji *B* skierowanym prostopadle do szyn. Po szynach ślizga się bez tarcia pręt o masie *m*, który zamyka obwód elektryczny. W chwili t = 0 prędkość pręta wynosi v_0. Jak będzie się zmieniać prędkość pręta w czasie? Jaką drogę przebędzie pręt do chwili zatrzymania się? Jaki całkowity ładunek przepłynie przez obwód? Jaka energia zostanie wydzielona na oporniku R?

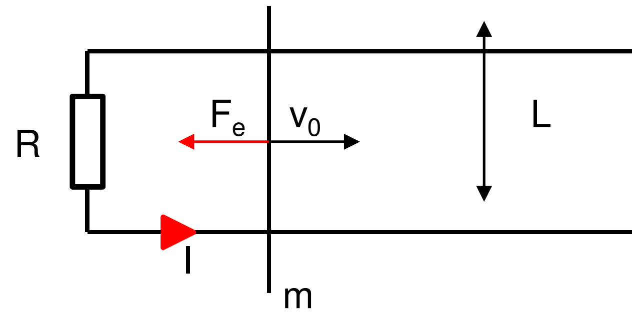
Rozwiązanie:

Przesuwająca się poprzeczka powoduje zmianę strumienia magnetycznego, czyli powstanie SEM indukcji. W wyniku zjawiska indukcji w układzie popłynie prąd, w stronę która będzie przeciwdziałać zmianom które powodują zmianę strumienia.
Tak więc zwrot wektora siły elektromotorycznej (F_e) będzie przeciwny do zwrotu wektora prędkości poprzeczki.



Siła elektromotoryczna jest równa:

$$\vec{F}_e = I\left(\vec{L}\times\vec{B}\right) \Rightarrow \vec{L} \perp \vec{B} \Rightarrow F_e = ILB$$



I zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona: $m\vec{a} = \vec{F}_e \Rightarrow ma = -ILB$ (1)

Liczymy SEM indukcji:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d(BLx)}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv \qquad (2)$$

Korzystając z pierwszego prawa Kirchhoffa wyznaczamy wartość prąd indukowanego:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{BLv}{R} \qquad (3)$$

Równanie ruchu przesuwającej się poprzeczki będzie miało zatem postać [(1)$\rightarrow$ (3)]: $m\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{B^2L^2v}{R}$

Aby otrzymać zależność v(t) należy rozwiązać równanie całkowe uwzględniając warunek początkowy v(t=0)= v_0:

$$\int \frac{dv}{v} = \int -\frac{B^2L^2}{mR}dt \qquad (4)$$

Rozwiązaniem równania (4) będzie zależność: $$v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}t\right) \quad (5)$$

Postać rozwiązania wskazuje iż poprzeczka zatrzyma się, gdy: $t \to \infty$

Wiedząc, że $\frac{dx}{dt} = v$ wyznaczamy zależność drogi od czasu rozwiązując równanie przy warunku początkowym x(t=0)=0:

$$\int v_0 \exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}t\right)dt = \int dx$$

Zależność x(t) będzie równa:

$$x(t) = v_0 \frac{mR}{B^2L^2}\left[1 - \exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}t\right)\right]$$

Licząc granicę dla $t \to \infty$ wyznaczamy drogę, którą przebędzie poprzeczka do momentu zatrzymania:

$$x(t \to \infty) = \boxed{v_0 \frac{mR}{B^2L^2}}$$

Aby wyznaczyć całkowity ładunek, który przepłynie przez przewód korzystamy z definicji prądu: $I = \frac{dq}{dt}$

I rozwiązujemy równanie: $\int dq = \int I dt$

$$\int dq = \int \frac{BLv}{R} dt \quad (6)$$

Wprowadzamy do równania (6) zależność (5):

$$\int dq = \int \frac{BLv_0}{R} \exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}t\right)dt \quad (7)$$

Uwzględniając warunek początkowy q(t=0)=0 rozwiązanie równania (7) będzie miało postać:

$$q(t) = \frac{mv_0}{BL}\left[1 - \exp\left(-\frac{B^2L^2}{mR}t\right)\right]$$

Całkowity ładunek, który przepłynie przez obwód będzie równy: $q(t \to \infty) = \boxed{\frac{mv_0}{BL}}$

Energię wydzieloną na oporniku obliczymy wykorzystując definicje napięcia: $\varepsilon = \frac{dW}{dq} = \frac{dE}{dq}$

$$dE = \varepsilon dq \Rightarrow dE = \varepsilon I dt \qquad (8)$$

Wstawiając do równania (8) zależności (2), (3) i (5) otrzymujemy równanie:

$$\int dE = \frac{B^2L^2v_0^2}{R}\int \exp\left(-\frac{2B^2L^2}{mR}t\right)dt$$

Uwzględniając warunek początkowy E(t=0)=0 uzyskujemy:

$$E(t) = \frac{mv_0^2}{2}\left[1 - \exp\left(-\frac{2B^2L^2}{mR}t\right)\right]$$

I analogicznie jak dla poprzednich punktów liczymy energię całkowitą, licząc granicę dla: $t \to \infty$:

$$E(t \to \infty) = \boxed{\frac{mv_0^2}{2}}$$

Całkowita energia, która zostanie wydzielona w układzie jest równa początkowej energii kinetycznej poprzeczki.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 1

Gęstość prądu wewnątrz długiego, pełnego, walcowego przewodu o promieniu a jest skierowana wzdłuż osi i zmienia się liniowo wraz z odległością r od osi, zgodnie z zależnością j= j_0(r/a). Ile wynosi wartość indukcji magnetycznej w funkcji odległości od osi walca?

Odpowiedź: $1. r < a \Rightarrow B = \frac{\mu_0 j_0}{3a} r^2$

$2. r \geq a \Rightarrow B = \frac{\mu_0 j_0}{3r} a^2$

Zadanie 2

W polu magnetycznym wytworzonym przez dwa bardzo długie przewodniki z prądem odległe od siebie na odległość d płyną prądy o natężeniu I w przeciwnych kierunkach. W obszarze pomiędzy przewodnikami znajduje się prostokątny obwód o wymiarach axb umieszczony symetrycznie. Obliczyć strumień pola magnetycznego przenikający przez ten obwód.

Odpowiedź: Φ=0

Zadanie 3

Obliczyć napięcie na końcach skrzydeł samolotu, który leci poziomo w polu magnetycznym Ziemi z prędkością υ=900km/h. Natężenie pola magnetycznego Ziemi wynosi H=39A/m, a linie sił tego pola tworzą z poziomem kąt inklinacji α=45^o. Rozpiętość skrzydeł samolotu l=12m. Przenikalność magnetyczna powietrza μ=1H/m.

Odpowiedź: U= $\mu_0\mu H v l \sin\alpha$=104mV

Zadanie 4

Dwie równoległe, poziome szyny są połączone na końcach kondensatorem o pojemności C. Na szynach położono pręt o długości l i masie m. Pręt porusza się ze stałym przyspieszeniem a. Obliczyć siłę zewnętrzną F działającą prostopadle na pręt, jeśli znajduje się on w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B prostopadłym do pręta i płaszczyzny ruchu.

Odpowiedź: $F=(m+CB^2l^2)a$

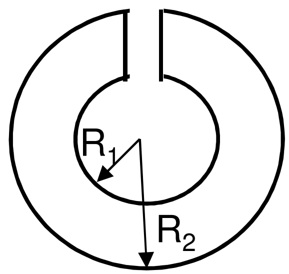
Zadanie 5

Obwód kołowy o promieniu r=4cm znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B=1T i jest ustawiony prostopadle do linii sił. Obwód jest połączony z galwanometrem balistycznym (mierzący całkowity ładunek). Obliczyć ładunek q, który popłynie przez galwanometr, jeżeli obwód zostanie wyciągnięty z pola magnetycznego. Opór obwodu wraz z galwanometrem wynosi R=2Ω.

Odpowiedź: $$q = \frac{B\pi r^2}{R} = 2.5*10^{-3}C$$

Zadanie 6

Na rysunku przedstawiono obwód, który znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym, w płaszczyźnie prostopadłej do linii sił pola. Indukcja magnetyczna zmienia się według funkcji: B=Ct, gdzie C jest dodatnia stałą. Opór obwodu wynosi R. Oblicz natężenie prądu płynącego w obwodzie.



Odpowiedź:

$$I = \frac{C\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{R}$$

Zadanie 7

W jednorodnym, pionowym polu magnetycznym o indukcji B=200mT, na poziomych równoległych szynach umieszczono prostopadły do nich przewodnik o masie m = 10g. Odległość między szynami l=0,1m. Gdy szyny połączono ze źródłem prądu o sile elektromotorycznej ε = 75V, przewodnik zaczął przesuwać się z przyspieszeniem a = 3m/s^2. Współczynnik tarcia przewodnika o szyny μ = 0.2. Obliczyć opór wewnętrzny źródła prądu, jeżeli opór zewnętrzny tego obwodu R = 2,5Ω. Przyśpieszenie ziemskie g = 10 m/s^2.

Odpowiedź:

$$r_w = \frac{\varepsilon B l}{m(a + \mu g)} - R = 0.5\Omega$$

Zadanie 8

Pręt metalowy o przekroju prostokątnym i długości l zsuwa się po równi pochyłej nachylonej do poziomu pod kątem α. Kierunek ruchu pręta jest prostopadły do jego osi. Równia pochyła znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B skierowanym pionowo. Po upływie czasu t od chwili rozpoczęcia ruchu pręta, na jego końcach powstała różnica potencjałów U. Obliczyć współczynnik tarcia pręta o równię. Przyśpieszenie ziemskie jest równe g.

Odpowiedź:

$$\mu = tg\alpha - \frac{U}{gtBl\cos^2\alpha}$$

Zadanie 9

Płaski obwód o polu powierzchni S=15cm^2 znajduje się w stałym polu magnetycznym o indukcji B = 0.01T. Kierunek pola jest pod kątem 30° do płaszczyzny obwodu. Opór elektryczny obwodu wynosi 3Ω. Nagle pole magnetyczne zostało wyłączone, a podczas zanikania pola magnetycznego w obwodzie płynie prąd elektryczny o średnim natężeniu I= 5*10^{-6} A. Oblicz czas płynięcia prądu w obwodzie.

Odpowiedź:

$$t = \frac{BS\cos\alpha}{RI} = 0.5s$$

Zadanie 10
Na dwóch równoległych poziomych szynach położono pręt o długości L i masie m. Szyny są połączone ze stałym źródłem napięcia U i znajdują się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B, prostopadłym do płaszczyzny, w której leżą szyny. Współczynnik tarcia pręta o szyny wynosi μ. Znaleźć zależność prędkości pręta od czasu.

Odpowiedź:

$$v(t) = \left(\frac{U}{BL} - \frac{\mu m g R}{B^2 L^2}\right)\left(1 - \exp\left(-\frac{B^2 L^2}{mR}t\right)\right)$$

Zadanie 11
Na dwóch równoległych poziomych szynach położono pręt o długości L i masie m. Szyny są połączone ze źródłem stałoprądowym o natężeniu I i znajdują się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B, prostopadłym do płaszczyzny, w której leżą szyny. Współczynnik tarcia pręta o szyny wynosi μ. Znaleźć zależność prędkości pręta od czasu.

Odpowiedź:

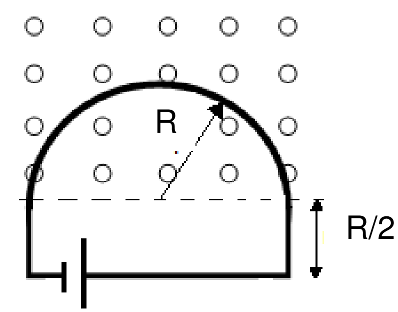
$$v(t) = \left(\frac{BIl}{m} - \mu g\right)t$$

Zadanie 12
Na rysunku przedstawiono przewodzącą pętlę, składającą się z półokręgu o promieniu R i trzech odcinków. Półokrąg znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B, skierowanym przed płaszczyznę rysunku. Wartość indukcji jest dana wzorem:

$B = A + Be^{-CT}$, gdzie A,B i C są dodatnimi stałymi. Do pętli dołączone jest źródło doskonałe SEM ε_B. Jak zmienia się w czasie wartość indukowanej w pętli SEM ε_{Ind}?

Odpowiedź:

$$\varepsilon_{ind}(t) = -\frac{\pi R^2 B C e^{-Ct}}{2}$$



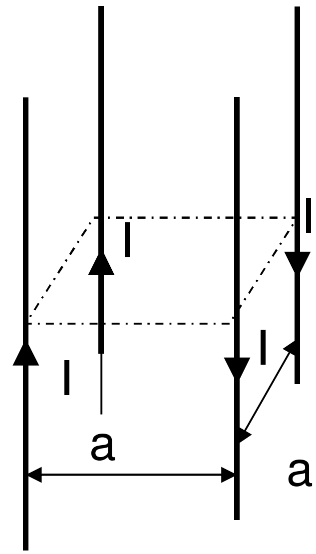
Zadanie 13

Przez nieskończenie długi i prostoliniowy przewód płynie prąd o natężeniu danym równaniem: $I=I_0\sin(2\omega t)$. W odległości L znajduje się prostokątna ramka o wymiarach axb i oporze R. Przewód i ramka leżą w jednej płaszczyźnie. Obliczyć natężenie prądu I_x jaki płynie w ramce.

Odpowiedź: $I = \frac{\mu_0 I_0 a\omega}{\pi R}\ln\left(\frac{L+b}{L}\right)\cos(2\omega t)$

Zadanie 14

Cztery cienkie, nieskończenie długie przewody są ułożone równolegle do siebie i znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku a. W każdym płynie prąd o natężeniu I w kierunkach zaznaczonych na rysunku. Jaka jest wartość wektora B w środku kwadratu? Wyznacz wartość i kierunek siły na jednostkę długości, działającej na każdy przewód.



Odpowiedź: $B = \frac{2\mu_0 I}{\pi a}$

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a}\sqrt{\frac{5}{2}}$$

Zadanie 15

Wyznaczyć współczynnik indukcji wzajemnej toroidu o przekroju kwadratowym o boku a, promieniu wewnętrznym R, liczbie zwojów N i nieskończenie długiego prostoliniowego przewodu znajdującego się w osi toroidu. Pokaż, że wynik nie zależy od tego, który obwód potraktowany zostanie jako wytwarzający strumień indukcji.

Odpowiedź: $M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 N a}{2\pi}\ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$

Zadania 16

W nieskończenie długim prostoliniowym przewodniku płynie prąd o natężeniu I_1. W płaszczyźnie, w której leży przewodnik, położono obwód kołowy o promieniu r. Jakie powinno być natężenie I_2 płynącego w tym obwodzie, aby indukcja magnetyczna Bw środku obwodu kołowego była równa zeru? Środek obwodu kołowego znajduje się w odległości R>r od przewodnika prostoliniowego.

Odpowiedź: $I_2 = \frac{r}{\pi R} I_1$

Zadanie 17

W polu magnetycznym wytworzonym wokół bardzo długiego, cienkiego, prostoliniowego przewodu w którym płynie prąd o natężeniu I porusza się ze stałą prędkością v metalowy pręt o długości l. Prędkość jest prostopadła do pręta, a pręt leży w odległości d od przewodu. Oblicz wartość napięcia między końcami pręta.

Odpowiedź: $U = \frac{\mu_0 I v}{2\pi}\left(\frac{l}{d+vt}\right)$

Zadanie 18

Na dwóch równoległych szynach ustawionych w odległości L=10 cm od siebie, leży gruby przewodnik o masie m=100g. Po połączeniu szyn ze źródłem prądu, przez przewodnik płynie prąd I = 10 A. Przewodnik i szyny umieszczono w polu magnetycznym, którego linie są prostopadłe do płaszczyzny szyn. Znaleźć indukcję pola magnetycznego, jeżeli przewodnik umieszczony w polu porusza się ruchem jednostajnym. Współczynnik tarcia przewodnika o szyny μ=0.2.

Odpowiedź: $B = \frac{\mu m g}{Il} = 20.1 * 10^{-12} Vs/m^2$

Zadanie 19

Wewnątrz solenoidu znajdującego się w próżni umieszczono wykonany z cienkiego przewodnika pierścień o promieniu r tak, że jego płaszczyzna jest prostopadła do osi solenoidu. Znaleźć kierunek i wartość siły działającej na jednostkę długości pierścienia, jeśli natężenie prądu płynącego przez solenoid wyraża się zależnością I= kt, gdzie k jest dodatnia stałą. Opór pierścienia wynosi R. Przyjąć, że solenoid jest nieskończenie długi i ma n zwojów na jednostkę długości.

Odpowiedź: $\frac{\Delta F}{\Delta l} = \mu_0^2 \frac{\pi n^2 r^2 k^2}{R} t$

Zadanie 20

Aby zmierzyć indukcję magnetyczną w badanym punkcie pola magnetycznego umieszczono w nim niewielką okrągłą cewkę o promieniu r oraz liczbie zwojów n w ten sposób, że oś cewki pokrywa się z kierunkiem pola. Następnie po podłączeniu cewki do galwanometru balistycznego o oporze R_1, szybkim ruchem wyciągnięto cewkę z obszaru pola. Jaka jest indukcja w badanym punkcie, jeśli galwanometr wskazał przepływ ładunku q? Opór cewki równy jest R_2, a pole wewnątrz cewki jest jednorodne.

Odpowiedź: $B = \frac{q(R_1 + R_2)}{\pi n r^2}$