

# Fale mechaniczne i akustyczne

## Zadania z rozwiązaniami



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



### Zadanie 1

Oblicz częstotliwość fali stojącej tworzącej się w rurze (o długości  $l = 34 \text{ cm}$ ) zamkniętej z jednej strony.

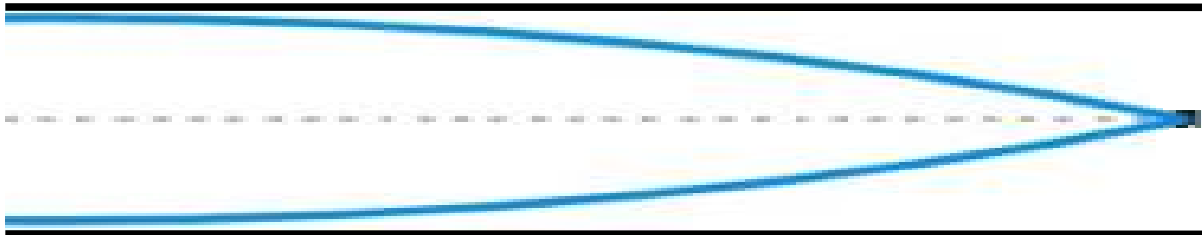
Fala stojąca powstaje w wyniku interferencji (nałożenia) co najmniej dwóch fal, np. biegnącej i odbitej. Falę stojącą cechuje niezmienniczość położenia maksimów amplitudy (tzw. strzałki) oraz miejsc całkowicie wygaszonych (tzw. węzły).

W rurze zamkniętej jednostronnie węzeł tworzy się przy krańcu zamkniętym, zaś strzałka – przy krańcu otwartym. Między nimi może pojawić się dowolna liczba strzałek. W naszym przypadku interesuje nas tylko największa długość fali.

Odległość między kolejnymi węzłami (lub, analogicznie, strzałkami) wynosi pół długości fali. Między sąsiadującym węzłem i strzałką mamy zatem odległość równą  $\frac{1}{4}$  długości fali.

Dla największej długości fali, wewnątrz rury nie występuje żadna dodatkowa strzałka lub węzeł. Stąd największa długość generowanej fali wynosi:

$$\lambda_0 = 4l = 136 \text{ cm} \Rightarrow f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{340 \text{ m/s}}{1,36 \text{ m}} = 250 \text{ Hz}$$



## Zadanie 2

Jaka jest częstotliwość fali stojącej tworzącej się w rurze o długości  $l = 1$  m, zamkniętej obustronnie? Jakie są częstotliwości kolejnych dwóch składowych harmonicznycch?

W rurze zamkniętej dwustronnie węzeł tworzy się przy obu krańcach.

Dla największej długości fali, wewnątrz rury występuje tylko jedna strzałka pomiędzy węzłami na krańcach rury. Stąd największa długość generowanej fali wynosi:

$$\lambda_0 = 2l = 2m \Rightarrow f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = 170\text{Hz}$$

Dla kolejnych harmonicznycch:

$$\lambda_1 = l = 1m \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = 340\text{Hz}$$

$$\lambda_2 = \frac{2}{3}l = \frac{2}{3}m \Rightarrow f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = 510\text{Hz}$$

### Zadanie 3

Pręt w rurze Kundta ustawiono w ten sposób, że po potarciu pręta, w rurze wytworzyła się fala stojąca. Następnie pręt przesunięto o  $\Delta x = 10 \text{ cm}$  i ponownie otrzymano falę stojącą. Jaka jest długość wprowadzanej w drgania pręta?

Rura Kundta stanowi rezonator, zamknięty z jednej strony na stałe. Z drugiej strony rurę domyka zakończenie ruchomego pręta. Pręt, wprowadzony w drgania, generuje falę o dwukrotnej długości jego samego. Przesuwanie pręta umożliwia zaobserwowanie w pewnych położeniach fali stojącej – przy spełnieniu warunków opisanych w rozwiązaniu poprzedniego zadania.

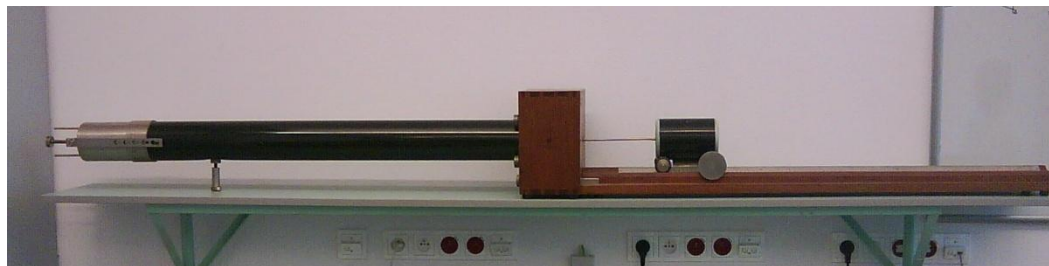
Aby zaobserwować falę stojącą, końcówka pręta musi znajdować się w miejscu „przypadającym” na węzeł fali. Przesunięcie pręta od jednego rezonansu do drugiego (najsilniejszej obserwacji fali) równe jest zatem odległości między kolejnymi węzłami.

Stąd długość otrzymanej w naszym przypadku fali wynosi:

$$\lambda_0 = 2\Delta x = 20 \text{ cm}$$

Zaś długość pręta ( $d$ ):

$$d = \lambda_0 / 2 = \Delta x = 10 \text{ cm}$$



Laboratoryjna rura Kundta – fot. Grzegorz Knor (licencja: własność publiczna)

#### Zadanie 4

Oblicz częstotliwość podstawową struny o długości  $l = 20$  cm i masie  $m = 100$  g, jeśli naprężenie struny wynosi  $F = 8$  N.

Prędkość fali mechanicznej, rozchodzącej się w strunie, wynosi:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

gdzie  $\mu = m/l$  – gęstość liniowa struny.

Pamiętamy, że dla fali stojącej „zakotwiczonej” na obu końcach musi być spełniony warunek:

$$f_0 = \frac{2v}{l} = \frac{2}{l} \cdot \sqrt{\frac{Fl}{m}} = 2\sqrt{\frac{F}{ml}}$$

Podstawiając wartości liczbowe, otrzymamy:

$$f_0 = 40\text{Hz}$$

### Zadanie 5

Natężenie dźwięku w odległości  $l_1 = 1$  m od głośnika (emitującego falę kulistą) wynosi  $I_1 = 0,8$  W/m<sup>2</sup>. Jaka jest moc głośnika? Jaki jest poziom natężenia dźwięku w odległości  $l_2 = 2$  m?

Natężenie dźwięku rozchodzącego się w postaci fali kulistej z punkowego źródła o mocy  $P$  maleje odwrotnie proporcjonalnie do odległości  $r$  i wyraża się zależnością:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Znając natężenie w punkcie odległym o  $l_1$ , łatwo możemy obliczyć moc źródła ( $P$ ):

$$I_1 = \frac{P}{4\pi l_1^2} \Rightarrow P = 4\pi l_1^2 I_1 \approx 10,05W$$

Przez analogię, policzymy natężenie dźwięku w punkcie odległym o  $l_2$ :

$$I_2 = \frac{P}{4\pi l_2^2} \Rightarrow \frac{4\pi l_1^2 I_1}{4\pi l_2^2} = I_1 \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2} = 0,2 \frac{W}{m^2}$$

Poziom natężenia dźwięku jest logarytmiczną miarą natężenia dźwięku w stosunku do pewnej umownie przyjętej wartości odniesienia ( $I_0 = 10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>), wyrażaną w decybelach:

$$L = 10 \log_{10}(I/I_0) [dB]$$

Poziom natężenia dźwięku w punkcie odległym o  $l_2$  wynosi zatem:

$$L_2 = 10 \log_{10}(I_2/I_0) = 10 \log_{10}(2 \cdot 10^{11}) = 113dB$$

### Zadanie 6

O ile wzrośnie poziom natężenia dźwięku w pewnym stałym punkcie, jeśli moc głośnika zwiększymy 2 razy?

Niech natężenie dźwięku w pewnym punkcie wynosi:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Po dwukrotnym zwiększeniu mocy głośnika, natężenie dźwięku w tym samym punkcie wyniesie:

$$I_2 = \frac{2P}{4\pi r^2} = 2I_1$$

Natomiast poziom natężenia dźwięku w tym punkcie wyniesie:

$$L_2 = 10\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10\log_{10}\left(2\frac{I_1}{I_0}\right) = 10\left[\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + \log_{10}(2)\right]$$

$$L_2 = L_1 + 10\log_{10}(2) = L_1 + 3dB$$

Odp. Po dwukrotnym zwiększeniu mocy głośnika, poziom natężenia dźwięku wzrósł o 3 dB.

### Zadanie 7

Poziom natężenia dźwięku w odległości  $r_1 = 0,1$  m od wybuchającej petardy wyniósł  $L_1 = 140$  dB. Ile wynosił promień ( $R$ ) obszaru, w którym wybuch mógł być słyszalny (tj.  $L > 0$ )?

Poziom natężenia dźwięku w punkcie odległym o  $r$  od miejsca wybuchu wynosi

$$L(r) = 10 \log_{10} \left( \frac{I(r)}{I_0} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{I_1}{I_0} \cdot \frac{r_1^2}{r^2} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{I_1}{I_0} \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{r_1^2}{r^2} \right)$$

$$L(r) = L_1 + 10 \log_{10} \left( \frac{r_1^2}{r^2} \right)$$

Wystarczy rozwiązać teraz nierówność  $L(r) > 0$ , co prowadzi do następujących wniosków:

$$10 \log_{10} \left( \frac{r_1^2}{r^2} \right) + L_1 > 0 \Rightarrow \log_{10} \left( \frac{r_1^2}{r^2} \right) > -\frac{L_1}{10} \Rightarrow \frac{r_1^2}{r^2} > 10^{-L_1/10}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$r^2 < r_1^2 \cdot 10^{L_1/10} \Rightarrow r < r_1 \cdot 10^{L_1/20} = 1000 \text{ km}$$

Odp. Wybuch petardy mógł być słyszalny w promieniu  $R = 1000$  km.



### Zadanie 8

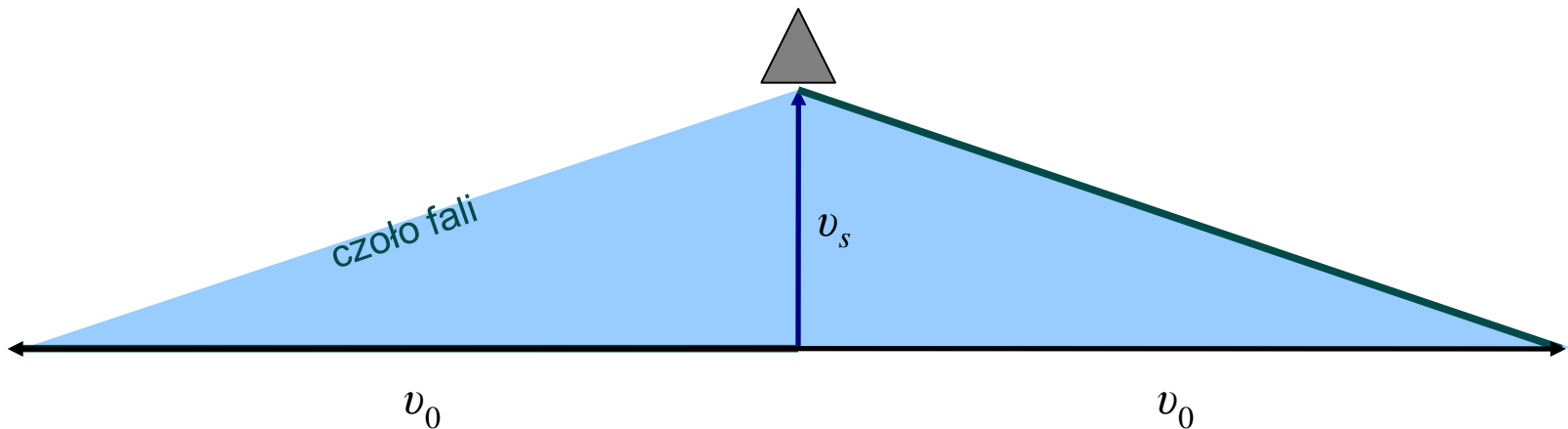
Z jaką prędkością poruszał się samolot, jeśli kąt rozwarcia stożka będącego czołem fali akustycznej emitowanej przez niego, wynosił  $120^\circ$ . Prędkość dźwięku wynosi  $v_0$ .

Lecący samolot w każdej chwili jest źródłem fali kulistej, poruszającej się z prędkością dźwięku ( $v_0$ ) w danym ośrodku. Superpozycja wszystkich tych fal tworzy falę, której czoło stanowi powierzchnia stożka. Obserwując rozchodzenie się fali można zauważyć, że kąt rozwarcia stożka zależy od stosunku prędkości dźwięku i prędkości samolotu:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{v_0}{v_s}$$

Stąd prędkość samolotu wynosi:

$$v_s = \frac{v_0}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{v_0}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \approx 0,58v_0$$



### Zadanie 9

W drgania wprowadzono dwa kamertony: o częstotliwości  $f_0 = 100$  Hz oraz nieco rozstrojony o częstotliwości  $f_1 = 101$  Hz. Oblicz częstotliwość dudnienia dźwięku wytwarzanego przez oba przyrządy.

Zakładając, że oba kamertony generują falę akustyczną o tej samej amplitudzie, możemy zapisać wyrażenia na falę w miejscu równoodległym od obu przyrządów:

$$x_0(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \quad x_1(t) = A \sin(2\pi f_1 t)$$

Wychylenie fali, będącej interferencją obu fal, zapisujemy jako sumę powyższych:

$$x(t) = x_0(t) + x_1(t) = A[\sin(2\pi f_0 t) + \sin(2\pi f_1 t)]$$

Korzystając ze wzoru trygonometrycznego na sumę sinusów, otrzymujemy:

$$x(t) = 2A \left[ \sin\left(2\pi \frac{f_0 + f_1}{2} t\right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_0}{2} t\right) \right]$$

$$x(t) = 2A \left[ \sin(100,5\text{Hz} \cdot 2\pi t) \cdot \cos(0,5\text{Hz} \cdot 2\pi t) \right] = 2A \underbrace{\cos(0,5\text{Hz} \cdot 2\pi t)}_{\text{modulowana amplituda}} \cdot \sin(100,5\text{Hz} \cdot 2\pi t)$$

modulowana amplituda

Widzimy, że w efekcie otrzymujemy falę akustyczną o uśrednionej częstotliwości 100,5 Hz, modulowaną tzw. dudnieniami o częstotliwości 0,5 Hz. Dudnienie obserwuje się także w sytuacji, gdy amplitudy obu fal akustycznych są różne.

### Zadanie 10

Nieruchomy obserwator zmierzył częstotliwość dźwięku sygnału karetki pogotowia, zbliżającej się do niego z prędkością  $v = 72 \text{ km/h}$ . Wynosiła ona  $f_1 = 500 \text{ Hz}$ . Ile wyniesie mierzona częstotliwość sygnału karetki, która – minąwszy obserwatora – zacznie się od niego oddalać?

Na skutek ruchu źródła dźwięku względem spoczywającego obserwatora, następuje zmiana rejestrowanej częstotliwości fali, w stosunku do częstotliwości generatora (np. głośnika karetki)  $f_0$ .

Gdy karetka zbliża się, częstość  $f_1$  jest większa niż  $f_0$ :

$$f_1 = f_0 \cdot \frac{v_0}{v_0 - v}$$

Podobnie, gdy karetka się oddala, obserwowany jest przeciwny efekt –  $f_2$  jest mniejsza niż  $f_0$ :

$$f_2 = f_0 \cdot \frac{v_0}{v_0 + v}$$

Ponieważ nie znamy częstotliwości generatora, możemy ją wyrugować, przekształcając powyższe równania:

$$f_2 = f_1 \cdot \frac{v_0 - v}{v_0} \cdot \frac{v_0}{v_0 + v} = f_1 \cdot \frac{v_0 - v}{v_0 + v}$$

Podstawiając wartości liczbowe, otrzymujemy:

$$f_2 = 500 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s}} \approx 444 \text{ Hz}$$

### Zadanie 11

Oblicz częstotliwość fali światła linii sodu o długości  $\lambda = 580 \text{ nm}$ .

Prędkość światła ( $c$ ), jej częstotliwość ( $\nu$ ) oraz długość ( $\lambda$ ) związane są bardzo prostą zależnością:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

Podstawiając wartości liczbowe, natychmiast otrzymujemy:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{580 \cdot 10^{-9} m} = 0,51 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Jest to, w przybliżeniu, pół miliona gigaherców!

## Zadanie 12

Częstotliwość generatora w kuchence mikrofalowej wynosi  $f = 2,45$  GHz. Oblicz długość wytwarzanych w ten sposób mikrofal.

Długość mikrofal – jak wszystkich innych fal elektromagnetycznych – możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Wstawiając wartości liczbowe, otrzymujemy:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2,45 \cdot 10^9 Hz} = 1,22 \cdot 10^{-1} m \approx 12 cm$$

W kuchence mikrofalowej generowana jest fala stojąca o obliczonej długości. Gdyby potrawy nie obracały się na talerzu, w odległości ok. 6 cm (dlaczego?) powstawałyby obszary nagrzane, podczas gdy pomiędzy nimi potrawa byłaby chłodna.

### Zadanie 13

Wykaż, że natężenie pola elektrycznego fali płaskiej spełnia równanie falowe.

Natężenie pola elektrycznego fali płaskiej wyraża się wzorem:

$$E(x,t) = E_0 \exp[i(\omega t - kx)]$$

Każda fala elektromagnetyczna (jednowymiarowa) musi spełniać następujące równanie:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = 0$$

Obliczamy kolejne pochodne natężenia pola elektrycznego względem położenia  $x$  i czasu  $t$ :

$$\frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = -ikE_0 \exp[i(\omega t - kx)]$$

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} = -k^2 E_0 \exp[i(\omega t - kx)]$$

$$\frac{\partial E(x,t)}{\partial t} = i\omega E_0 \exp[i(\omega t - kx)]$$

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \exp[i(\omega t - kx)]$$

Ponadto zachodzi wzajemna zależność wektora falowego, częstości kołowej i prędkości światła:  $k = \frac{\omega}{c}$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = -k^2 E_0 \exp[i(\omega t - kx)] + \frac{\omega^2}{c^2} E_0 \exp[i(\omega t - kx)] = \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right) E_0 \exp[i(\omega t - kx)] = 0$$

# Fale elektromagnetyczne

## Zadania z rozwiązaniami



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

#### Zadanie 14

Natężenie oświetlenia na chodniku pod latarnią uliczną wynosi  $E_0 = 500 \text{ lx}$ . Ile wynosi natężenie oświetlenia na chodniku w miejscu, w którym promienie padają pod kątem  $45^\circ$ ?

Natężenie oświetlenia zależy od natężenia źródła, kwadratu odległości od niego i kąta, pod jakim padają promienie światła:

$$E(r) = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \alpha$$

W naszym przypadku natężenie oświetlenia pod latarnią wynosi:

$$E_0 = \frac{I}{h^2} \cdot \cos 0 = \frac{I}{h^2}$$

Zaś w miejscu, gdzie promienie padają pod kątem  $\beta$  (liczonym od powierzchni chodnika):

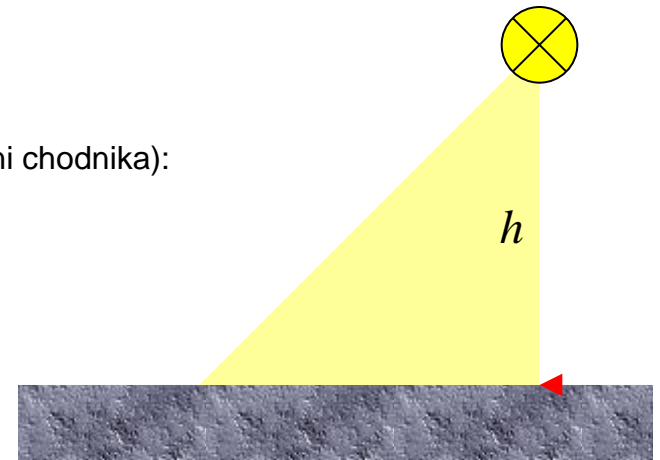
$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos(90^\circ - \beta)$$

Z podstawowych zależności trygonometrycznych dostajemy, iż:

$$\frac{h}{r} = \sin \beta \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\sin \beta}{h}$$

Zatem:

$$E = \frac{I \sin^2 \beta}{h^2} \cdot \cos(90^\circ - \beta) = E_0 \sin^2 \beta \cdot \cos(90^\circ - \beta) = 500 \text{ lx} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 250\sqrt{2} \text{ lx} \approx 354 \text{ lx}$$





### Zadanie 15

Światło z małej żarówki o natężeniu światła  $I = 1 \text{ lm}$  jest skupiane przez soczewkę o ogniskowej  $f = 10 \text{ cm}$  znajdującą się w odległości  $x = 2f$  od żarówki. Ile wynosi natężenie oświetlenia w punkcie X, odległym od żarówki o  $l = 50 \text{ cm}$ ? Żarówka i punkt X znajdują się na osi optycznej soczewki.

Oświetlenie punktu X możemy obliczać tak, jakby oświetlał go obraz rzeczywisty żarówki, powstający w wyniku skupienia promieni przez soczewkę. Położenie obrazu wyznaczmy z równania soczewki:

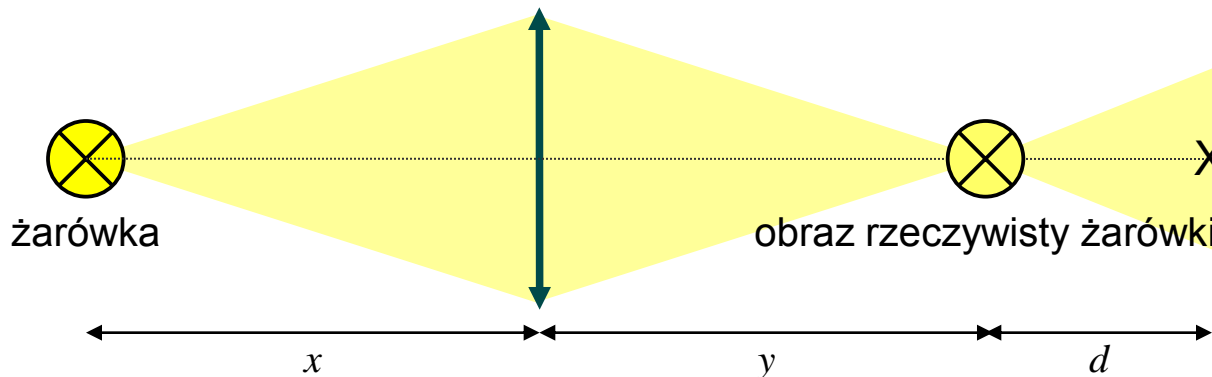
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f} \Rightarrow y = 2f$$

Odległość  $d$  obrazu rzeczywistego żarówki od punktu X obliczymy następująco:

$$d = l - x - y = l - 4f$$

Natężenie oświetlenia w punkcie X wynosi zatem:

$$E = \frac{I}{d^2} \cdot \cos 0 = \frac{I}{(l - 4f)^2} = \frac{1 \text{ lm}}{100 \text{ cm}^2} = 100 \text{ lx}$$



### Zadanie 16

Wiązka lasera o długości fali  $\lambda = 400 \text{ nm}$  pada prostopadłe na powierzchnię płyty CD i ulega dyfrakcji. Oblicz kąt, pod którym obserwowane jest maksimum pierwszego rzędu, jeśli odległość między ścieżkami na płycie wynosi  $d = 1,6 \text{ mm}$ .

Płytę CD możemy traktować jak odbiciową siatkę dyfrakcyjną, o odległości między szczelinami wynoszącej  $d$ . Wystarczy zatem zastosować równanie siatki dyfrakcyjnej dla maksimum pierwszego rzędu (tj.  $n = 1$ ):

$$d \sin \theta = n\lambda$$

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{400 \text{ nm}}{1600 \text{ nm}} = \frac{1}{4}$$

Znając wartość sinus, obliczamy wartość kąta:

$$\theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{d} = \arcsin \frac{1}{4} \approx 14,5^\circ$$

### Zadanie 17

Jaką długość mają tęcze maksimum pierwszego rzędu wytworzone na ekranie znajdującym się w odległości  $l = 1$  m od siatki dyfrakcyjnej mającej 100 nacięć na mm, kiedy pada na nią prostopadle światło słoneczne?

Odległość między szczelinami siatki dyfrakcyjnej jest odwrotnością liczby nacięć na mm:

$$d = \frac{1}{100} \text{ mm} = 0,01 \text{ mm} = 10000 \text{ nm}$$

Obliczamy teraz kąty, pod jakimi uginają się skrajne długości fal tęczy: czerwony ( $\lambda_{cz} = 750$  nm) i fioletowy ( $\lambda_f = 380$  nm):

$$\sin \theta_{cz} = \frac{\lambda_{cz}}{d} = \frac{750 \text{ nm}}{10000 \text{ nm}} = 0,075 \Rightarrow \theta_{cz} \approx 0,075 \text{ rad}$$

$$\sin \theta_f = \frac{\lambda_f}{d} = \frac{380 \text{ nm}}{10000 \text{ nm}} = 0,038 \Rightarrow \theta_f \approx 0,038 \text{ rad}$$

Długość tęczy ( $x$ ) na ekranie możemy, w przybliżeniu, wyznaczyć jako długość łuku o kącie łukowym będącym różnicą kątów, pod jakimi obserwowane są maksima dyfrakcyjne skrajnych kolorów tęczy:

$$x \approx l \cdot (\theta_{cz} - \theta_f) = 1 \text{ m} \cdot (0,075 - 0,038) = 0,037 \text{ m} = 37 \text{ mm}$$

Otrzymana w ten sposób tęcza może być doskonale obserwowana okiem nieuzbrojonym.

### Zadanie 18

Promień czerwonego lasera o długości fali  $\lambda = 650 \text{ nm}$  pada na włos, w wyniku czego obserwujemy na ekranie, odległym o  $l = 1 \text{ m}$  od włosa, maksima dyfrakcyjne. Oszacuj grubość włosa ( $d$ ), jeśli odległość maksimum pierwszego od zerowego rzędu wynosi  $x = 10 \text{ mm}$ .

Promień lasera ulega ugięciu na krawędziach włosa i interferuje sam ze sobą, w wyniku czego na ekranie otrzymujemy maksima, zupełnie jak w przypadku „prawdziwej” siatki dyfrakcyjnej. Ich położenia spełniają warunek:

$$d \sin \theta_n = n\lambda \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\sin \theta_1}$$

Stosując przybliżenie małych kątów otrzymujemy:

$$\sin \theta_1 \approx \text{tg} \theta_1 = \frac{x}{l}$$
$$d \approx \frac{\lambda l}{x} = \frac{650 \text{ nm} \cdot 1 \text{ m}}{0,01 \text{ m}} = 65 \mu\text{m}$$

### Zadanie 19

Ile wynosi minimalny kąt całkowitego wewnętrznego odbicia dla granicy ośrodków powietrze-woda?

Promień światła, przechodząc przez granicę ośrodków o różnym współczynniku załamania  $n$ , ulega załamaniu zgodnie z prawem Snelliusa:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Całkowite wewnętrzne odbicie zachodzi w przypadku takiego kąta padania, dla którego musiałby być spełniony poniższy warunek, co jest możliwe tylko wtedy, gdy światło przechodzi z ośrodka o większym współczynniku załamania:

$$\sin \theta_2 > 1$$

Dla granicy ośrodków woda ( $n_1 = 1,33$ ) – powietrze ( $n_2 = 1$ ) mamy:

$$n_1 \sin \theta_1 = \sin \theta_2 > 1 \Rightarrow \sin \theta_1 > 1/n \approx 0,752$$

$$\theta_1 > \arcsin \frac{1}{n_1} = 48,75^\circ$$

### Zadanie 20

Promień lasera pada na płaskorównoległą płytkę szklaną ( $n = 1,5$ ) pod kątem  $\alpha = 30^\circ$ . Ile wynosi czas biegu promienia we wnętrzu płytki, jeśli jej grubość wynosi  $d = 10$  mm.

Korzystając z prawa załamania światła, obliczamy sinus kąta ( $\beta$ ), pod którym porusza się promień wewnątrz płytki:

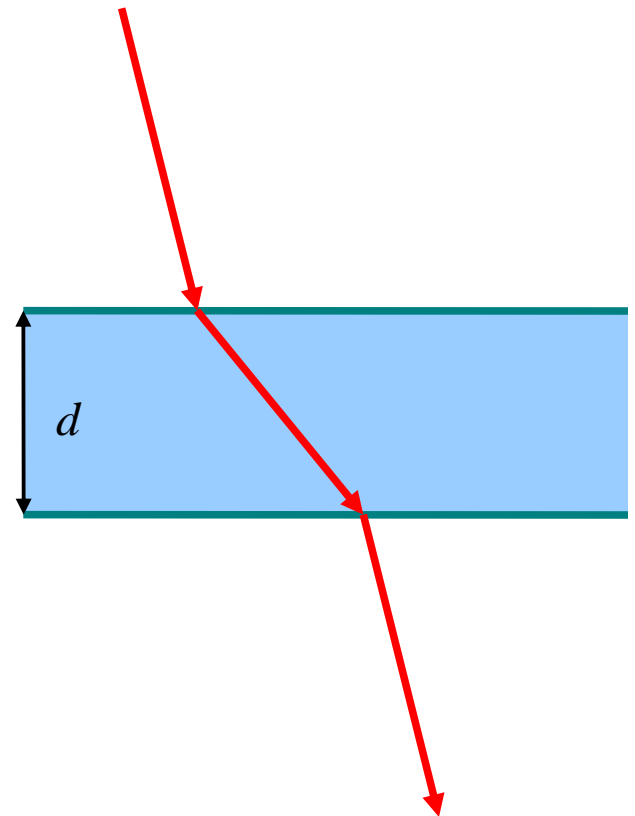
$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$$

Z podstawowych związków trygonometrycznych, droga pokonywana przez promień w płytce wynosi:

$$\frac{d}{l} = \cos \beta \Rightarrow l = \frac{d}{\cos \beta} = \frac{d}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)^2}}$$

Pamiętając, że prędkość światła w ośrodku zależy od współczynnika załamania, otrzymujemy czas przelotu:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{nd}{c \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)^2}} \approx 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ s} = 53 \text{ ps}$$



Zadania do samodzielnego rozwiązania

# Fale mechaniczne i akustyczne

11. Rura, zamknięta z jednej strony, została wprowadzona w drgania. Wyznacz najmniejszą możliwą długość rury, jeśli emituje ona dźwięk o częstotliwości  $f = 125$  Hz. (Odp. 68 cm)
12. Zamkniętą z jednej strony rurę wprowadzono w drgania o częstotliwości  $f$ . Następnie zakryto jej drugi koniec. Jaką częstotliwość dźwięku wydaje teraz rura? (Odp.  $2f$ )
13. Pręt w rurze Kundta ustawiono w ten sposób, że po potarciu pręta, w rurze wytworzyła się fala stojąca. O ile należy przesunąć pręt w rurze, aby „natrafić” na kolejny rezonans, jeśli długość pręta wynosi  $l = 20$  cm. (Odp. 20 cm)
14. Jak należy zmienić naprężenie metalowej struny, aby podstawowa częstotliwość wzrosła o oktawę (tj. dwukrotnie)? (Odp. Zwiększyć czterokrotnie)
15. Ile wynosi natężenie dźwięku w odległości  $l_1 = 1$  m od głośnika (emitującego falę kulistą) o mocy  $P = 12,57$  W? Jaki jest poziom natężenia dźwięku w odległości  $l_2 = 5$  m? (Odp.  $1$  W/m<sup>2</sup>, 106 dB)
16. O ile zwiększono moc głośnika, jeśli poziom natężenia dźwięku w pewnym stałym punkcie wzrósł o 5 dB? (Odp.  $\sqrt{10}$ )
17. Wybuch wulkanu Krakatau w 1883 r. był słyszalny w promieniu 5000 km. Ile wynosił poziom natężenia dźwięku w odległości 500 m od wybuchu wulkanu? (Odp. 80 dB)
18. Ile wynosi kąt rozwarcia stożka będącego czołem fali akustycznej emitowanej przez samolot poruszający się z prędkością  $1/3$  macha? Mach - stosunek prędkości obiektu do prędkości dźwięku w danym środowisku. (Odp. 143°)
19. Po założeniu metalowej obrączki na jedno z ramion kamertonu (o częstotliwości własnej  $f_0 = 250$  Hz), zaobserwowano dudnienia o częstotliwości  $f_d = 1$  Hz. Ile wynosiła częstotliwość drgań rozstrojonego ramienia kamertonu? (Odp. 248 Hz)
20. Od chwili zobaczenia błysku do usłyszenia grzmotu minęło 10 sekund. W jakiej odległości od obserwatora uderzył piorun? (Odp. 3,4 km)



# Fale elektromagnetyczne

21. Ile wynosi długość fali elektromagnetycznej, odpowiadająca częstotliwości  $10^{15}$  Hz? (Odp. 300 nm)
22. Częstotliwość generatora w kuchence mikrofalowej wynosi  $f = 2,45$  GHz. Ile wynosi odległość pomiędzy kolejnymi strzałkami fali stojącej, tworzącej się w kuchence? (Odp. Ok. 6 cm)
23. Ile wynosi długość oraz prędkość rozchodzenia się fali lasera czerwonego ( $\lambda = 650$  nm), który został wprowadzony do ośrodka o współczynniku załamania  $n = 1,5$ ? (Odp.  $2/3 c$ , 975 nm)
24. Wykaż, że indukcja pola magnetycznego fali płaskiej spełnia równanie falowe.
25. Dwie żarówki (jedna czterokrotnie jaśniejsza od drugiej) umieszczono w odległości  $l = 30$  cm, a pomiędzy nimi umieszczono kartkę. W jakiej odległości od jaśniejszej żarówki należy umieścić kartkę, aby natężenie oświetlenia po obu stronach było takie samo? (Odp. 20 cm)
26. W połowie odległości między żarówką i lustrem umieszczono kartkę papieru. Jaki jest stosunek natężenia światła padającego na kartkę bezpośrednio oraz odbitego przez zwierciadło? (Odp. 9:1)
27. Wiązka lasera o długości fali  $\lambda = 650$  nm pada prostopadle na powierzchnię płyty DVD i ulega dyfrakcji. Maksimum pierwszego rzędu obserwowane jest pod kątem  $61,5^\circ$ . Oblicz odległość między ścieżkami na płycie. (Odp. 740 nm)
28. Ile wynosi maksymalny rząd prążka dyfrakcyjnego, jaki można otrzymać oświetlając siatkę dyfrakcyjną o stałej sieci  $d = 5$  mm promieniem lasera o długości  $\lambda = 650$  nm? (Odp. 7)
29. Promień czerwonego lasera o długości fali  $\lambda = 650$  nm pada na szczelinę śruby mikrometrycznej rozsuniętą o  $d = 0,05$  mm, w wyniku czego obserwujemy na ekranie maksima dyfrakcyjne. W jakiej odległości od maksimum zerowego jest obserwowane na ekranie maksimum pierwszego rzędu? Ekran oddalony jest od śruby o  $l = 1$  m. (Odp. 13 mm)
30. W naczyniu z wodą ( $n = 1,33$ ), tuż pod jej powierzchnią, znajduje się świecący poziomo laser. Ile wynosi minimalne przyspieszenie balii, przy którym promieniowi lasera uda się opuścić ośrodek? Wskazówka: powierzchnia wody ustawia się prostopadle do wypadkowej siły działającej na nią w układzie nieinercyjnym. (Odp. 0,88 g)