PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Fizyka współczesna

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

ELEMENTY FIZYKI WSPÓŁCZESNEJ

Zjawisko fotoelektryczne

Zjawisko fotoelektryczne polega na wybijaniu elektronów z metalu oświetlonego światłem. Pewnych własności tego zjawiska (na przykład niezależność energii wybitych elektronów od natężenia światła) nie da się wytłumaczyć na gruncie falowej teorii światła. Okazuje się, że w tym zjawisku ujawnia się korpuskularna natura światła. Oznacza to, że światło rozchodzi się jako strumień cząstek – fotonów. Jak to pogodzić z teorią Maxwella, która mówi, że światło jest falą elektromagnetyczną? Musimy przyjąć, że światło ma podwójną naturę falową i korpuskularną – pogląd ten nazywamy **dualizmem korpuskulano-falowym.** W niektórych zjawiskach światło ukazuje swoją naturę falową (np. interferencja przy przechodzeniu przez siatkę dyfrakcyjną), w innych – jak w zjawisku fotoelektryczny, ujawnia się korpuskularna natura światła**.**

Energia fotonu zależy od częstotliwości fali *:*

energia fotonu

częstotliwość fali

$$\boxed{E_f = h \cdot \nu}$$

stała Plancka $6{,}626176 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

Zjawisko fotoelektryczne

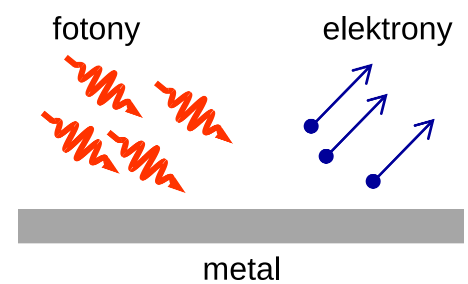
W metalu istnieją elektrony swobodne, czyli takie, które mogą swobodnie poruszać się w całej objętości metalu. Jednak elektron swobodny nie może opuścić metalu bez dostarczenia mu energii na pokonanie siły przyciągania przez jony dodatnie w metalu. Takiej energii może dostarczyć elektronowi foton, który zostaje pochłonięty w metalu i jego energia jest zużyta na pracę wyjścia elektronu z metalu, a nadwyżka energii fotonu stanowi energię kinetyczną wybitego elektronu.

energia padającego fotonu

energia kinetyczna elektronu

$$h \cdot \nu = W + E_k$$

praca wyjścia elektronu z metalu



Jeśli energia fotonu $h\nu$, jest mniejsza od pracy wyjścia W, to elektron nie może być wybity z metalu. Najmniejsza częstotliwość światła, przy której zachodzi zjawisko fotoelektryczne nazywa się **częstotliwością graniczną**. Fotony o częstotliwości granicznej w całości oddają swoją energię na wykonanie pracy wyjścia.

$$h \cdot \nu_{gr} = W$$

częstotliwość graniczna

Model Bohra atomu wodoru

Rutherford wprowadził planetarny model atomu wodoru, według którego elektron w atomie krąży wokół jądra przyciągany siłami elektrostatycznymi. Jednakże według zasad klasycznej elektrodynamiki krążące wokół jądra elektrony powinny wypromieniowywać energię, co w rezultacie powodowałoby spadanie elektronów na jądro. Ponieważ z obserwacji wynikało, że krążące wokół jądra elektrony nie emitują fal elektromagnetycznych, Bohr przyjął założenia zwane **postulatami Bohra.** Wynika z nich, że elektron może krążyć tylko po orbitach o określonych promieniach. Są to tzw. **orbity stacjonarne.**

I postulat Bohra mówi o tym, że dozwolone są tylko takie orbity, dla których moment pędu elektronu jest wielokrotnością stałej Plancka dzielonej przez 2π.

$$\boxed{m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi}}$$

moment pędu elektronu

liczba naturalna

II postulat Bohra – kiedy elektron znajduje się na orbicie stacjonarnej nie emituje energii. Energia jest emitowana bądź absorbowana tylko podczas przeskoku z jednej orbity stacjonarnej na inną.

Model Bohra atomu wodoru

III postulat Bohra mówi, że emitowany lub absorbowany kwant energii jest równy różnicy energii elektronu na orbitach między którymi nastąpił przeskok.

Energia emitowanego lub absorbowanego elektronu

$$\boxed{h \cdot \nu = E_n - E_m}$$

Energia elektronu na n-tej orbicie

Energia elektronu na m-tej orbicie

Siła elektrostatyczna działająca na elektron krążący wokół jądra jest siłą dośrodkową w ruchu po okręgu. Z warunku na równość tych sił oraz z pierwszego postulatu Bohra mamy układ równań z dwoma niewiadomymi – **promieniem** n-tej orbity **i prędkością** elektronu na tej orbicie**:**

$$\begin{cases} \dfrac{m \cdot v_n^2}{r_n} = \dfrac{k \cdot e^2}{r_n^2} \\ m \cdot v_n \cdot r_n = n \cdot \hbar \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_n = n^2 \cdot \dfrac{\hbar^2}{m \cdot k \cdot e^2} = n^2 \cdot r_1 \\ v_n = \dfrac{1}{n} \cdot \dfrac{k \cdot e^2}{\hbar} = \dfrac{v_1}{n} \end{cases}$$

Przypomnienie:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Model Bohra atomu wodoru

Promień pierwszej orbity tzw. promień Borha

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{m \cdot k \cdot e^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ m$$

Promienie kolejnych orbit rosną zgodnie z zależnością

$$r_n = n^2 \cdot r_1$$

Prędkość elektronu na pierwszej orbicie

$$v_1 = \frac{k \cdot e^2}{\hbar} = 2202\,\frac{km}{s}$$

Prędkości na kolejnych orbitach maleją zgodnie z zależnością

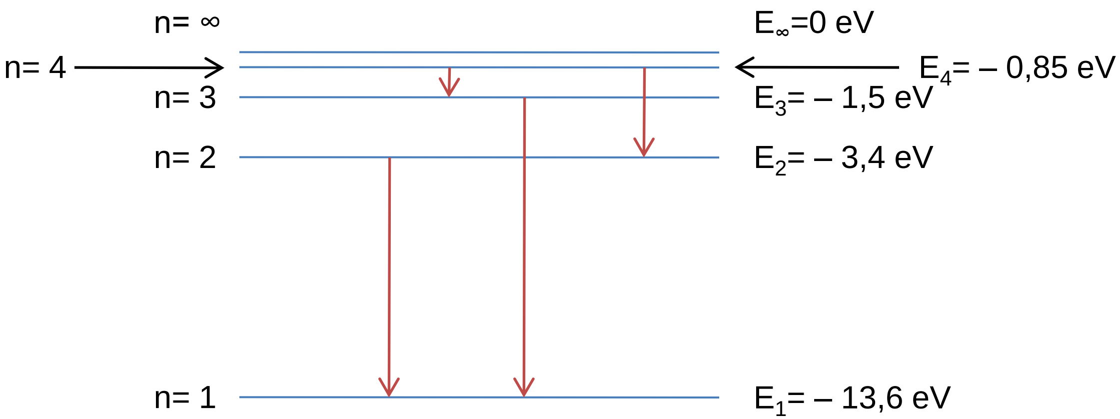
$$v_n = \frac{v_1}{n}$$

Model Bohra atomu wodoru

Energia elektronu na orbicie jest sumą energii kinetycznej oraz energii potencjalnej pola elektrostatycznego:

$$E_n = \frac{m v_n^{\,2}}{2} + \left(-\frac{k e^2}{r_n}\right) = \frac{m k^2 e^4}{2 n^2 \hbar^2} - \frac{m k^2 e^4}{n^2 \hbar^2} = -\frac{1}{2}\frac{m k^2 e^4}{n^2 \hbar^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych okazuje się, że energia elektronu na pierwszej orbicie atomu wodoru jest równa **– 13,6 eV**, a w nieskończoności (n=∞) wynosi 0. To oznacza, że aby wyrwać elektron z wodoru potrzebna jest energia równą 13,6 eV.



Schemat poziomów energetycznych w atomie wodoru

Elementy mechaniki relatywistycznej

Kiedy ruch odbywa się z dużymi prędkościami, porównywalnymi z prędkością światła w próżni

$$c = 2{,}997925 \cdot 10^8\ m/s$$

obowiązują zasady mechaniki relatywistycznej.

Postulaty Einsteina:

1. Prawa fizyki są takie same we wszystkich inercjalnych układach odniesienia*.
2. Prędkość światła w próżni jest jednakowa w każdym inercjalnym układzie odniesienia i nie zależy od prędkości źródła światła ani od prędkości obserwatora.

* *inercjalny układ odniesienia – układ poruszający się ze stałą prędkością*

Z postulatów tych wynikają ciekawe konsekwencje:

1. Skrócenie długości

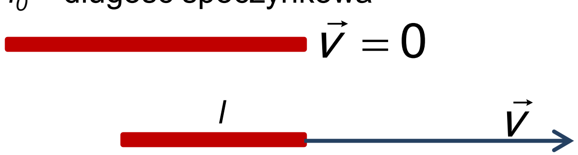
Jeśli pręt o długości l_0 porusza się z prędkością v, to jego długość jest mniejsza i wynosi:

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

v – prędkość pręta

c – prędkość światła

l_0 – długość spoczynkowa



Elementy mechaniki relatywistycznej

2. Dylatacja czasu

Czas w układach poruszających się płynie wolniej.
Jeśli czas trwania jakiegoś procesu, np. czas między tyknięciami zegara, wynosi t_0, to czas tego procesu, gdy zegar porusza się z prędkością v wynosi:

$$\boxed{t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

czas własny

prędkość

prędkość światła

Przykład

Czas życia mezonu π mierzony w laboratorium wynosi $\tau = 10^{-6}$ s. Jaką drogę przebędzie taki mezon wytworzony w górnych warstwach atmosfery podczas zderzenia cząstki promieniowania kosmicznego z atomem powietrza? Mezon porusza się z prędkością v = 0,99 c.

Czas życia mezonu wydłuży się do wartości: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{0{,}99c}{c}\right)^2}} \approx 7t_0$

Droga przebyta przez mezon wynosi:

$$S = v \cdot t = 0{,}99c \cdot 7\tau = 0{,}99 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 7 \cdot 10^{-6} s = 20{,}8 \cdot 10^2 m \approx 2km$$

Badania cząstek powstających w zderzeniach promieniowania kosmicznego w pełni potwierdzają dylatację czasu.

Elementy mechaniki relatywistycznej

Masa relatywistyczna to masa cząstki, która rośnie wraz ze wzrostem jej prędkości i wyraża się wzorem:

masa relatywistyczna

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

masa spoczynkowa

prędkość

prędkość światła

Z tego wzoru wynika, że żadne ciało o masie spoczynkowej większej od zera nie może osiągnąć prędkości światła.
Gdy $v \to c$ to $m \to \infty$, więc w celu zwiększania prędkości należałoby wykonać nieskończenie wielką pracę.

Pęd relatywistyczny zdefiniowany jest podobnie jak w mechanice klasycznej .

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

masa relatywistyczna

Elementy mechaniki relatywistycznej

Energię całkowitą E wyrażamy wzorem Einsteina.

masa relatywistyczna

$$E = \underbrace{m}_{\text{masa relatywistyczna}} \cdot c^2$$

Energia kinetyczna to różnica energii całkowitej i spoczynkowej.

energia spoczynkowa

energia kinetyczna

$$E_k = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$$

Energię całkowitą można też wyrazić jako. $E = c \cdot \sqrt{m_0^2 \cdot c^2 + p^2}$

Przykłady

Przykład 1:
Na powierzchnię miedzi pada światło monochromatyczne o długości fali 200 nm. Jaką prędkość uzyskają wybite elektrony? Praca wyjścia elektronów z miedzi wynosi W = 4,65 eV, stała Plancka h = $6{,}62\cdot10^{-34}$ Js, ładunek elektronu e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C, masa elektronu m = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, prędkość światła w próżni c = $3\cdot10^{8}$ m/s.

Rozwiązanie:

Korzystamy ze wzoru: $h\nu = W + E_k$

podstawiamy: $\upsilon = \dfrac{c}{\lambda}$ oraz $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$

otrzymujemy wzór: $h\dfrac{c}{\lambda} = W + \dfrac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2}{m}\left(\dfrac{hc}{\lambda} - W\right)}$

Teraz wstawiamy dane:

$$v = \sqrt{\frac{2}{9{,}1\cdot10^{-31}kg}\left(\frac{6{,}62\cdot10^{-34}J\cdot s\cdot3\cdot10^{8}\frac{m}{s}}{200nm} - 4{,}65eV\right)} = \sqrt{\frac{2}{9{,}1\cdot10^{-31}kg}\left(\frac{6{,}62\cdot10^{-34}J\cdot s\cdot3\cdot10^{8}\frac{m}{s}}{2\cdot10^{-7}m} - 4{,}65\cdot1{,}6\cdot10^{-19}J\right)} \cong 1{,}48\cdot10^{6}\frac{m}{s}$$

Uwaga na jednostki!
1nm = 10^{-9} m
*1eV = $1{,}6*10^{-19}$ C*V = $1{,}6*10^{-19}$ J*

Odpowiedź Uzyskują prędkość $1{,}48\cdot10^{6}$ m/s.

Przykłady

Przykład 2

Na powierzchnię metalu pada promieniowanie elektromagnetyczne o długości fali $\lambda = 150nm$. Elektrony wybijane z tego metalu mają energię kinetyczną równą $E_k = 6{,}62 \cdot 10^{-19} J$ Znajdź pracę wyjścia elektronów z tego metalu oraz graniczną długość fali, powyżej której zjawisko fotoelektryczne nie zachodzi.

<u>Rozwiązanie:</u>

Najpierw liczymy pracę wyjścia, korzystając ze wzoru:

$$h\frac{c}{\lambda} = W + E_k \Rightarrow W = h\frac{c}{\lambda} - E_k$$

$$W = 6{,}62 \cdot 10^{-19} J$$

Teraz kolej na graniczną długość fali λ_{gr} . Jest to taka długość fali, która powoduje wybicie elektronów z metalu, ale elektrony te nie uzyskują energii kinetycznej, czyli przyjmujemy $E_k = 0$

$$h\frac{c}{\lambda_{gr}} = W \Rightarrow \lambda_{gr} = \frac{hc}{W}$$

$$\lambda_{gr} = 267\,nm$$

<u>Odpowiedź</u>: Praca wyjścia $W = 6{,}62 \cdot 10^{-19} J$,długość fali $\lambda_{gr} = 267\,nm$

Przykłady

Przykład 3

Jaka jest długość fali emitowanej przez atom wodoru przy przeskoku elektronu z orbity czwartej na drugą?

Rozwiązanie:

Korzystamy ze wzoru, z którego możemy obliczyć energię elektronu na n-tej orbicie:

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{n^2\hbar^2}$$

Emitowany kwant światła ma energię równą różnicy energii elektronu na czwartej i na drugiej orbicie:

$$E_f = E_4 - E_2 = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{4^2\hbar^2} - \left(-\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{2^2\hbar^2}\right) = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{\hbar^2}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

Poszukujemy jednak długości fali, która jest powiązana z energią fotonu zależnością:

$$E_f = h\frac{c}{\lambda}$$

Po podstawieniu do poprzedniego wzoru otrzymujemy:

$$\frac{1}{\lambda} = \boxed{\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{\hbar^2 hc}}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

To jest stała Rydberga: R=1,1*10^7 1/m

$$\lambda \cong 4{,}85 \cdot 10^{-7}\, m$$

Odpowiedź: Długość fali jest równa: $\lambda \cong 4{,}85 \cdot 10^{-7}\, m$

Przykłady

Przykład 4

Energia całkowita elektronu w atomie wodoru wynosi – 0,544eV. Oblicz promień orbity tego elektronu.

Rozwiązanie

Całkowita energia elektronu w atomie wodoru jest sumą energii kinetycznej oraz energii potencjalnej pola elektrostatycznego

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} + \left(-\frac{ke^2}{r_n}\right) = \frac{mk^2e^4}{2n^2\hbar^2} - \frac{mk^2e^4}{n^2\hbar^2} = -\frac{1}{2}\frac{mk^2e^4}{n^2\hbar^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

Energia na pierwszej orbicie E_1 = – 13,6 eV

Więc, elektron znajduje się na piątej orbicie, bo $n^2 = \frac{E_1}{E_n} = \frac{13{,}6}{0{,}544} = 25$

Promień piątej orbity obliczymy, z zależności $r_n = n^2 \cdot \frac{\hbar^2}{m \cdot k \cdot e^2} = n^2 \cdot r_1$

Promień pierwszej orbity tzw. promień Borha r_1 = 0,529·10^-10^ m

Zatem promień piątej orbity $r_5 = 25 \cdot 0{,}592 \cdot 10^{-10} m = 1{,}48 \cdot 10^{-9} m$

Odpowiedź Jest to orbita o promieniu $1{,}48 \cdot 10^{-9} m$

Przykłady

Przykład 5
Cząstkę o masie spoczynkowej m_0 rozpędzono do prędkości $v = 0{,}6\, c$. O ile wzrosła masa cząstki? Jaki jest pęd cząstki? Jaka jest energia kinetyczna cząstki?

Rozwiązanie

Masa cząstki poruszającej się z prędkością $v = 0{,}6\, c$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{m}{\sqrt{1-\left(\frac{0{,}6\cdot c}{c}\right)^2}} = \frac{5}{4}\cdot m_0$$

Zatem masa cząstki wzrosła o $m - m_0 = \frac{1}{4}\cdot m_0$

Pęd cząstki poruszającej się z prędkością $v = 0{,}6\, c$

$$p = m\cdot v = \frac{5}{4}\cdot m_0 \cdot \frac{3}{5}\cdot c = \frac{3}{4}\cdot m_0 \cdot c$$

Energia kinetyczna to różnica energii całkowitej i spoczynkowej $E_k = m\cdot c^2 - m_0\cdot c^2$

$$E_k = \frac{5}{4} m_0\cdot c^2 - m_0\cdot c^2 = \frac{1}{4} m_0 \cdot c^2$$

Odpowiedź Masa cząstki wzrosła o $\frac{1}{4}\cdot m_0$ Pęd cząstki $\frac{3}{4}\cdot m_0\cdot c$ Energia kinetyczna $\frac{1}{4} m_0\cdot c^2$

Zadania do rozwiązania

Zadanie 1

Lampa monochromatyczna wysyła światło o długości fali 100 nm. Całkowita energia emitowana przez tę lampę w ciągu sekundy wynosi 1 J. Oblicz ile kwantów światła (fotonów) zostało wyemitowanych przez lampę w tym czasie.

Odpowiedź $5 \cdot 10^{17}$

Zadanie 2

Na powierzchnię rubidu pada światło monochromatyczne o częstotliwości $\nu = 6 \cdot 10^{14}\, 1/s$. Praca wyjścia elektronów z tego metalu wynosi $W = 3{,}5 \cdot 10^{-19} J$. Oblicz energię kinetyczną wybitych elektronów.

Odpowiedź $0{,}47 \cdot 10^{-19}$ J

Zadanie 3

Praca wyjścia elektronu z platyny wynosi $W = 5{,}65 eV$. Jaka jest graniczna długość i częstość fali dla tego metalu?

Odpowiedź 220nm, $1{,}37 \cdot 10^{15}$ 1/s.

Zadanie 4

Oblicz energię kwantu światła emitowanego przez atom wodoru przy przeskoku elektronu z orbity piątej na trzecią.

Odpowiedź 0,956 eV

Zadania do rozwiązania

Zadanie 5

Foton o energii $E = 16{,}6 eV$ wybił elektron z atomu wodoru. Jaką prędkość uzyskał ten elektron?
Masa spoczynkowa elektronu m_0 = 9 $\cdot 10^{-31}$ kg.

<u>Odpowiedź</u> Około $1{,}03 \cdot 10^{6}$ m/s

Zadanie 6

Z jaką prędkością porusza się w atomie wodoru elektron, którego energia całkowita wynosi $E = -0{,}544 eV$?
Przenikalność elektryczna próżni wynosi: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{V \cdot m}$

<u>Odpowiedź</u> 1223 km/s

Zadanie 7

Elektron we wzbudzonym atomie wodoru krąży na dwudziestej orbicie. Czy przy przeskoku na pierwszą orbitę może wyemitować kwant światła, mogący wywołać fotoemisję z metalu, dla którego praca wyjścia wynosi 4 eV?

<u>Odpowiedź</u> Tak, może.

Zadania do rozwiązania

Zadanie 8

Do jakiej prędkości powinno rozpędzić się ciało aby jego masa wzrosła dwukrotnie?

Odpowiedź $v = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot c$

Zadanie 9

Jaką prędkość powinno osiągnąć ciało aby jego energia kinetyczna była równa energii spoczynkowej?

Odpowiedź $v = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot c$

Zadanie 10

Oblicz relatywistyczny pęd elektronu poruszającego się z prędkością v = 0,6 c. Masa spoczynkowa elektronu m_0 = 9 $\cdot 10^{-31}$ kg, prędkość światła w próżni c = $3 \cdot 10^{8}$ m/s.

Odpowiedź $2 \cdot 10^{-22} \frac{kg \cdot m}{s}$

Zadanie 11

Jaka jest masa elektronu poruszającego się z prędkością v = 0,6 c ? Masa spoczynkowa elektronu m_0 = 9 $\cdot 10^{-31}$ kg.

Odpowiedź m = 11,25 $\cdot 10^{-31}$ kg

Zadanie 12

Jaka jest energia elektronu poruszającego się z prędkością v = 0,6 c ? Masa spoczynkowa elektronu m_0 = 9 $\cdot 10^{-31}$kg, prędkość światła w próżni c = $3 \cdot 10^{8}$ m/s.

Odpowiedź 10,1 $\cdot 10^{-14}$ J