PROGRAM ROZWOJOWY
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Hydrostatyka

Zadania z rozwiązaniami

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

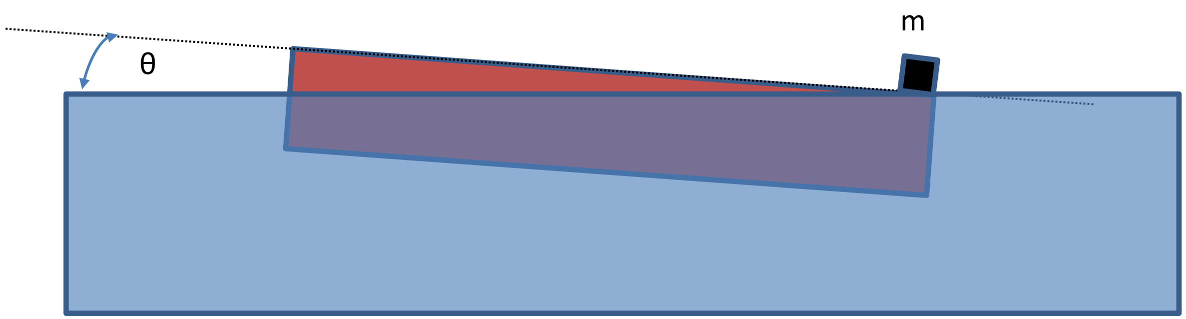
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przykładowe zadania z hydrostatyki i hydrodynamiki

Uwaga: We wszystkich zadaniach do obliczeń przyjęto g=10 m/s ^{2} a gęstość wody jako d_w=1000 kg/m^3

Zad. 1. Na belce prostopadłościennej o kwadratowym przekroju poprzecznym o polu S=b2 i długości a wykonanej z materiału o gęstości d, pływającej w cieczy o gęstości d_c położono masę m na jednym końcu. W wyniku tego koniec belki obniżył się do poziomu cieczy (rys.1a). Znaleźć wartość kąta θ określającego pochylenie belki.

Rys.1a



Masa belki: $M = d \cdot S \cdot a$

Ciężar belki: $F_g = M \cdot \mathrm{g}$

$$\tan\theta = \frac{x}{a}$$

Siła wyporu:

$$F_w = d_c V_z g = g d_c (V - V_w) = g d_c \left(b^2 a - \frac{1}{2} x b a \right) = g d_c a b \left(b - \frac{1}{2} a \tan\theta \right)$$

$$d b^2 a g + g m = g d_c a b \left(b - \frac{1}{2} a \tan\theta \right)$$

$$\frac{d b^2 a + m}{d_c a b} = \left(b - \frac{1}{2} a \tan\theta \right)$$

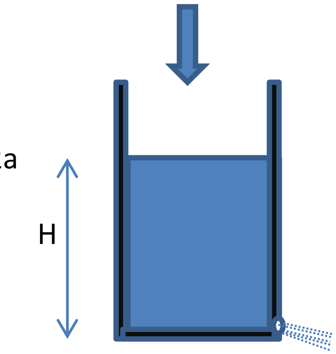
$$\tan\theta = \frac{2}{a} \left(b - \frac{d b^2 a + m}{d_c a b} \right)$$

Zad.2 W naczyniu, w którym znajduje się woda do wysokości H=20 cm zrobiono małą dziurkę o polu przekroju S=1 cm^2 (rys.2a). Z jaką wydajnością należy dolewać wody do naczynia aby poziom wody w naczyniu się nie zmienił?

Z równania Bernouliego wiemy, że prędkość z jaką wypływa woda wynosi:

$$v = \sqrt{2gH}$$

Rys.2a



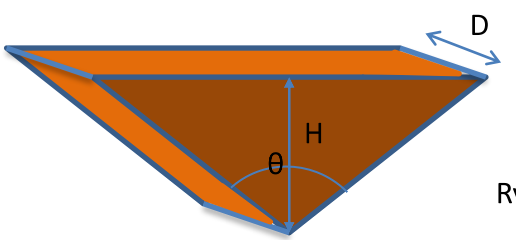
Wobec tego z naczynia w czasie dt wypływa masa wody dm_{out}:

$$dm_{out} = d_w v dt S$$

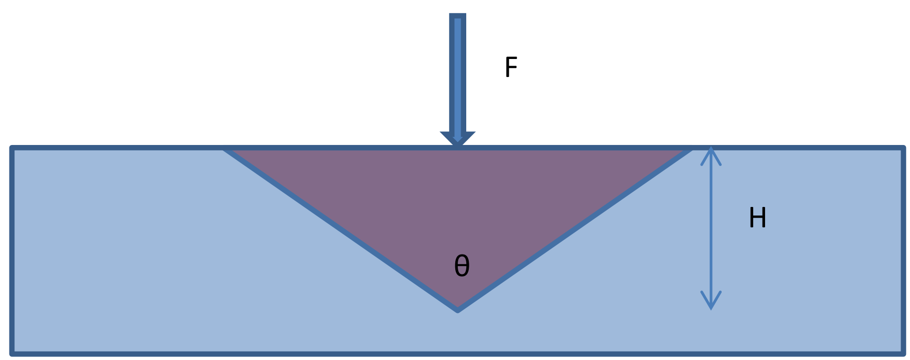
Szybkość z jaką woda wypływa wynosi:

$$\mu = \frac{dm_{out}}{dt} = d_w v S = d_w S\sqrt{2gH} = 0.2\,\frac{kg}{s}$$

Zad.3 Klin równoramienny o wysokości H=20cm i grubości D=10 cm (rys.3a) wciśnięto siłą F=2N do wody. Znaleźć wartość siły Fx, jaka działa na jedną boczną ściankę klina. Kąt θ klina wynosi 90^o . Jaka jest gęstość materiału z którego wykonano ten klin.



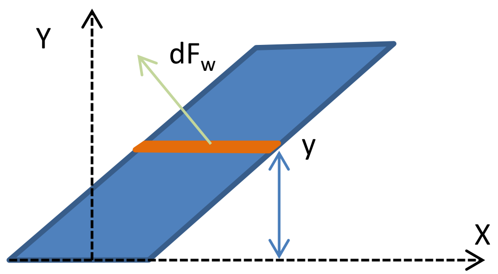
Rys.3a



Rozwiązanie:

Na każdy pasek o szerokości dl działa siła dF_w (rys.4a)

$$\overrightarrow{dF_w} = [p_0 + d_w g(H-y)]dl \cdot D$$



$$\vec{F_w} = \int \overrightarrow{dF} \qquad F_w = \int [p_0 + d_w g(H-y)]dl \cdot D$$

Ponieważ:
$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{dy}{dl}$$

$$F_w = \frac{D}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\int_0^H [p_0 + d_w g(H-y)]dy = \frac{D}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left(p_0 H + d_w g\frac{H^2}{2}\right) = \frac{DH}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left(p_0 + d_w g\frac{H}{2}\right)$$

Uwzględniając równowagę sił kierunku pionowym, możemy napisać:

$$2F_{pion} = mg + p_0\, L\, D + F$$

Gdzie Fpion jest siłą wypadkową działającą do góry, tj.
$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{F_{pion}}{F_w}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{L/2}{H}$$

Wówczas:
$$mg = -F + \frac{1}{2} d_w g D H^2 \tan(\frac{\theta}{2})$$

$$d = -\frac{F}{\frac{1}{2} g D H^2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)} + d_w = 900\ kg/m^3$$

Zad.4 Motorówka wyposażona jest w silnik strumieniowy mogący pracować z maksymalną wydajnością 5 kg/s. Zakładając, że całkowita masa motorówki z załadunkiem wynosi M=250 kg oraz motorówka startuje z maksymalną mocą silnika, obliczyć maksymalną prędkość mototówki oraz zależność v(t). Przy maksymalnej mocy silnika woda jest wyrzucana z prędkością u=15 m/s względem motorówki. Opory wody zaniedbujemy.

Zmiana pędu wody zasysanej z jeziora w czasie dt wynosi:

$$dp = dm\, v = -\mu\, dt\, (u - v)$$

Siła działająca na tę wodę wynosi:

$$F = \frac{dp}{dt} = -\mu\,(u - v)$$

Na motorówkę działa siła taka sama, przeciwnie skierowana, stąd:

$$Ma = \mu(u - v)$$

Siła działająca na motorówkę jest dodatnia do momentu, aż prędkość motorówki względem powierzchni wody będzie wynosiła u. Stąd:

$$v_{\max} = u$$

$$\frac{dv}{dt} = \mu(u - v) \qquad \frac{dv}{u - v} = \mu\, \mathrm{dt}$$

$$-\ln(u - v)\,|_0^{\,t} = \mu t$$

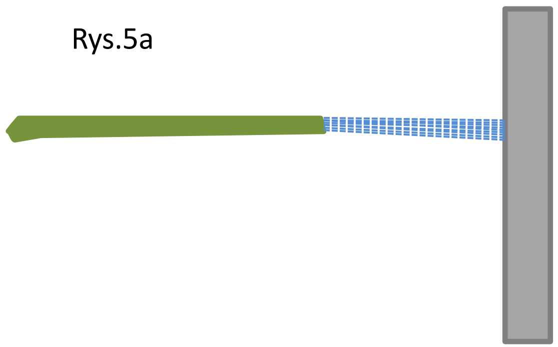
$$-\ln(u - v(t)) + lnu = \mu t \qquad \frac{u - v(t)}{u} = e^{-\mu t}$$

$$v(t) = u(1 - e^{-\mu t})$$

Zad.5 Jaką siłę wywiera strumień wody wypływający z wydajnością μ=20kg/min z węża o promieniu r-1cm na pionową ścianę (rys.5a). Rozpatrzeć zderzenie ze ścianą jako: a) idealnie niesprężyste, b) idealnie sprężyste.

$$\mu = \rho\, v\, S = d_w\, v\, 4\pi r^2$$

Rys.5a



Pęd masy dm wynosi: $$dp = dm\, v = \frac{\mu\, dm}{4\pi r^2 d_w}$$

Zmiana pędu wody w czasie dt wyniesie dla zderzenia niesprężystego: $-\dfrac{\mu\, dm}{4\pi r^2 d_w}$

Tyle też wyniesie pęd przekazany ścianie w czasie dt.

Stąd:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{\mu}{4\pi r^2 d_w}\frac{dm}{dt} = \frac{\mu^2}{4\pi r^2 d_w} = 88.5 \text{ mN}$$

W przypadku zderzenia sprężystego zmiana pędu wody w wyniku zderzenia ze ścianą będzie 2x większa, stąd i siła działająca na ścianę będzie 2x większa.

Zad.6 Klocek o przekroju trójkąta równobocznego i grubości D=10 cm pływa w wodzie zanurzony do 2/3 wysokości. W jakiej odległości od siebie znajdują się punkty przyłożenia siły wyporu i siły ciężkości klocka? Bok klocka a wynosi 20 cm.

Wysokość trójkąta równobocznego h wynosi: $$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

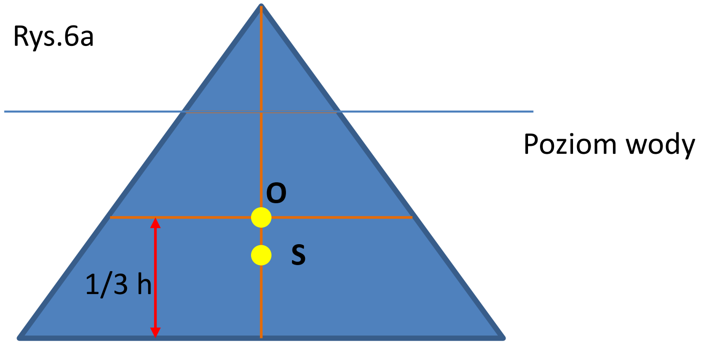
Środek ciężkości jest na przecięciu dwusiecznych i tam jest przyłożona siła ciężkości, czyli jest ona na głębokości d_1 pod wodą:

$$d_1 = \frac{1}{3}h$$

Punkt przyłożenia siły wyporu jest w środku ciężkości części zanurzonej, tj. punkt S na rys.6a.

Masa części zanurzonej m_z wynosi
$$m_z = \frac{8}{9}M$$

Rys.6a



Zaś masa części wynurzonej m_w wynosi
$$m_w = \frac{1}{9}M$$

Środek ciężkości części zanurzonej będzie na wysokości h_s licząc od podstawy.

Zaś środek ciężkości części wynurzonej będzie na wysokości h_w
$$h_w = \frac{2}{3}h + \frac{1}{9}h$$

Stąd możemy zapisać:
$$\frac{m_z\, h_s + m_w\, h_w}{M} = \frac{2}{3}h$$

Ostatecznie
$$h_s = \frac{47}{72}h$$

Szukana odległość x wynosi:
$$x = \frac{2}{3}h - \frac{47}{72}h = \frac{h}{3}\left(2 - \frac{47}{24}\right) = \frac{1}{72}h = \frac{1}{72}\frac{a\sqrt{3}}{2} = 24 \text{ mm}$$

Zad.7 Piłeczka o promieniu r=2cm i masie m=33g wypływa z wody z głębokości h =2 m. Po jakim czasie wypłynie na powierzchnię, zakładając że współczynnik lepkości wody wynosi η=1.01 kg/(m s)? Wskazówka: siła oporu F_{op} = 6πηr v.

Przyspieszenie, gdyby nie było sił oporu wynosi:

$$a_0 = \frac{1}{m}(F_w - Q) = \frac{1}{m}(d_w \frac{4}{3}\pi r^3 - m)g = (\frac{1}{\mathrm{m}}\mathrm{d_w}\frac{4}{3}\pi r^3 - 1)g = 1.5\ cm\ /\ s\hat{}2$$

$$t_x = \sqrt{\frac{2h}{a_0}} = 16.33s$$

Uwzględniając siły oporu mamy:

$$m\frac{dv}{dt} = F_w - Q - bv \qquad \frac{dv}{F_w - Q - bv} = \frac{1}{m}dt$$

$$-\frac{1}{b}[\ln(F_w - Q - bv(t) - \ln(F_w - Q)] = \frac{1}{m}t$$

$$\frac{F_w - Q - bv(t)}{F_w - Q} = e^{-\frac{b}{m}t} \qquad v(t) = \frac{F_w - Q}{b}(1 - e^{-\frac{b}{m}t})$$

Całkując otrzymamy

$$\mathrm{y}(t) = \frac{F_w - Q}{b}\left(t + \frac{m}{b}\left(e^{-\frac{b}{m}t} - 1\right)\right)$$

$$\mathrm{h} = \frac{F_w - Q}{b}\left(T + \frac{m}{b}(e^{-\frac{b}{m}T} - 1)\right)$$

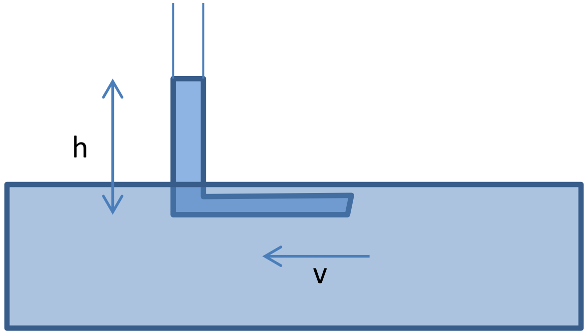
gdzie

$$b = 6\pi\eta r$$

Zad.8 W nurcie rzeki zanurzono zgiętą rurkę jak na rys. 7a. Do jakiej wysokości h będzie sięgał poziom wody w rurce? Prędkość wody w rzece wynosi v=3 m/s.

Z równania Berouliego mamy

$$p_0 + \frac{d_w v^2}{2} = p_0 + d_w g h$$



$$h = \frac{v^2}{2g} = 0.45m$$

Zad.9 Czy balon o objętości V=100 m3 wypełniony wodorem podniesie ładunek całkowity (wraz z masą własną) o masie M=200 kg? Przyjąć gęstość powietrza w warunkach normalnych dp = 1.29 kg/m3 a gęstość wodoru dh = 0.09 kg/m3.

Siła wyporu działająca na balon: $F_w = d_p\, g\, V$

$$F_{wyp} = F_w \; - (Mg + d_h\, g\, V)$$

$$F_{wyp} = gV(d_p - d_h) - Mg = -800N$$

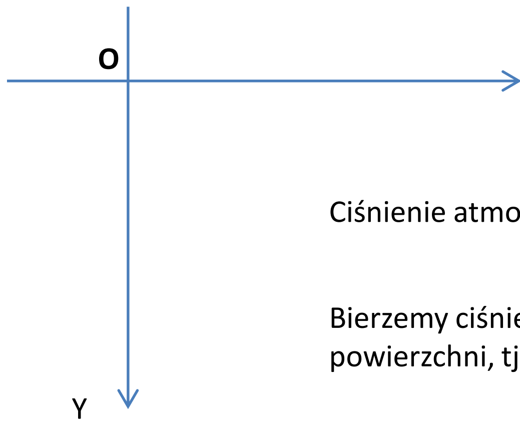
Czyli nie podniesie.

Aby podnieść taką masę musiałby mieć objętość V:

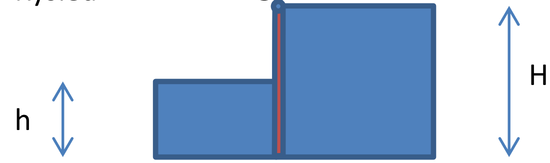
$$V = \frac{M}{d_p - d_h} = 167\ m^3$$

Zad.10 Tama spiętrza wodę w rzece do wysokości H=2m (rys.8a). Obliczyć moment siły jaki działa od wody na tę tamę względem punktu O, jeżeli po drugiej stronie poziom wody wynosi h=0.5m a szerokość rzeki b=2m.

Wybieramy układ odniesienia o początku w punkcie O:



Rys.8a



Ciśnienie atmosferyczne pomijamy, bo jest po obu stronach.

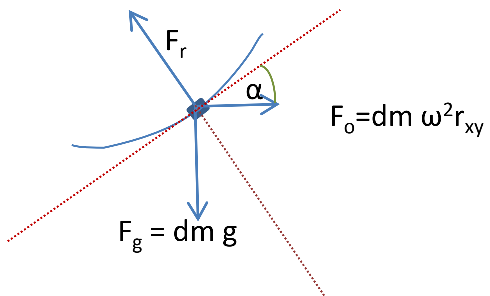
Bierzemy ciśnienie hydrostatyczne na danej głębokości i mnożymy przez pole powierzchni, tj. ds=dy d

Ostatecznie mnożymy przez ramię – względem punktu O i całkujemy.

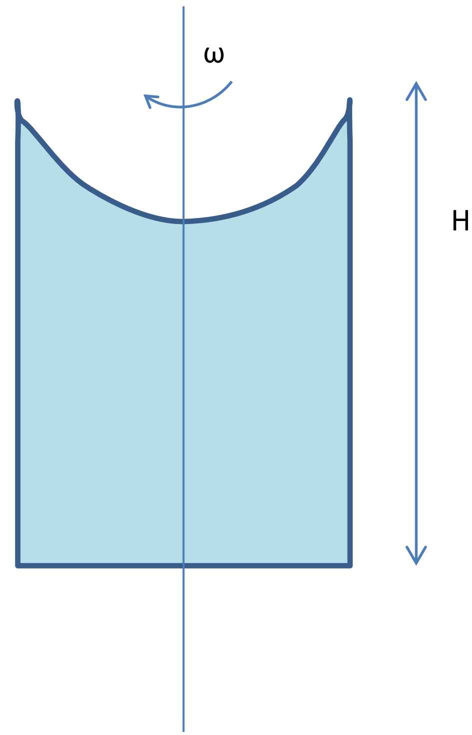
$$M_F = \int_0^H d_w g y \, dy \, b \, y \; - \int_{H-h}^{H} d_w \, g[y - (H-y)] dy \, b$$

$$M_F = \frac{d_w g b (H-h)}{6}(2H^2 \; - h^2 + 2Hh) = 38.75 \; kNm$$

Zad.11 W naczyniu cylindrycznym o polu podstawy r i wysokości H znajduje się ciecz do wysokości ¾ H. Z jaką największą prędkością kątową może obracać się to naczynie wokół osi pokrywającej się z osią naczynia aby ciecz się nie wylewała z naczynia?



Rys.9a



$$tg\alpha = \frac{\omega^2 r_{xy} dm}{dm\ g} = \frac{\omega^2 r_{xy}}{g}$$

$$f'(r_{xy}) = \frac{\omega^2 r_{xy}}{g} \Longrightarrow f(r_{xy}) = \frac{\omega^2 r_{xy}^2}{2g} + C$$

Objętość cieczy w naczyniu liczymy całkując:

$$\int dV = \pi r^2 \left(\frac{3}{4} H\right)$$

Objętość warstwy cylindrycznej o grubości dr_{xy} : $dV = 2\pi r_{xy}\, f(r_{xy}) dr_{xy}$

$$\int_0^r 2\pi r_{xy}\, f(r_{xy}) dr_{xy} = \pi r^2 \left(\frac{3}{4} H\right)$$

Stąd stała C

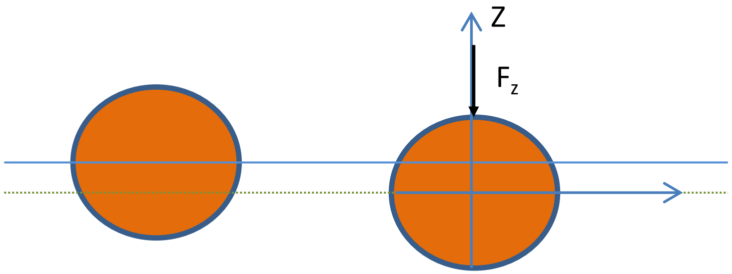
$$C = \frac{3}{4} H - \frac{\omega^2 r^2}{4g}$$

$$f(r_{xy}) = \frac{\omega^2}{2g}\left(r_{xy}^2 - \frac{1}{2}r^2\right) + \frac{3}{4}H$$

Aby ciecz jeszcze się nie wylewała: $f(r_{xy} = r) =$H stąd $\omega^2 = \dfrac{4g(H - \frac{3}{4}H)}{r^2}$

czyli $\omega = \omega_{maX} = \dfrac{2}{r}\sqrt{gH}$

Zad.12 Piłka o masie m i promieniu r pływa zanurzona do połowy w wodzie. Jaką pracę trzeba wykonać, aby wcisnąć tę piłkę całkowicie do wody?



Początek osi z umieszczamy w środku piłki. Przez F_z oznaczamy siłę, która zwiększa zanurzenie piłki o z.

Liczymy objętość dodatkowej części zanurzonej

$$V_z = \int_0^z dV_{z_0}$$ gdzie $$dV_{z_0} = \pi r_{xy}^2\, dz_0$$

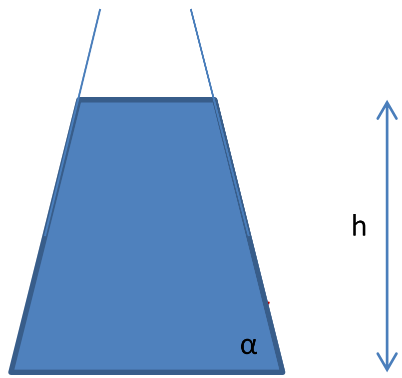
$$r_{xy}^2 = r^2 - z_0^2$$

$$V_z = \int_0^z \pi(r^2 - z_0^2)dz_0 = \pi\left(r^2 z - \frac{z^3}{3}\right)$$

$$F_z = d_w\, V_z\, g$$

$$W = \int_0^r F_z\, dz = \frac{5}{12}\pi\, d_w g\, r^4$$

Zad.13 Do naczynia w kształcie stożka ściętego wlano wodę o masie m=2kg. Wypełniła ona objętość naczynia do pewnej wysokości. Znaleźć jaką siłę wywiera woda na dno naczynia o powierzchni S=150 cm^2? Kąt nachylenia ścianki naczynia do podstawy wynosi α=60^o .



$$P = d_w\, g\, hS$$

Należy obliczyć wysokość słupa wody w naczyniu

$$V d_w = m$$

Objętość wody w naczyniu

H jest całkowitą wysokością stożka

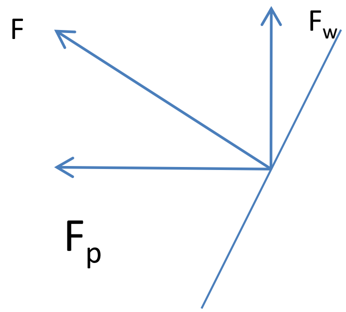
$$tg(\alpha) = \frac{H-h}{\sqrt{S_1/\pi}} \qquad tg(\alpha) = \frac{H}{\sqrt{S/\pi}} \qquad \sqrt{\frac{S}{\pi}} - \sqrt{\frac{S_1}{\pi}} = \frac{h}{tg(\alpha)} \qquad \sqrt{S} - \sqrt{S_1} = \frac{h\sqrt{\pi}}{tg(\alpha)}$$

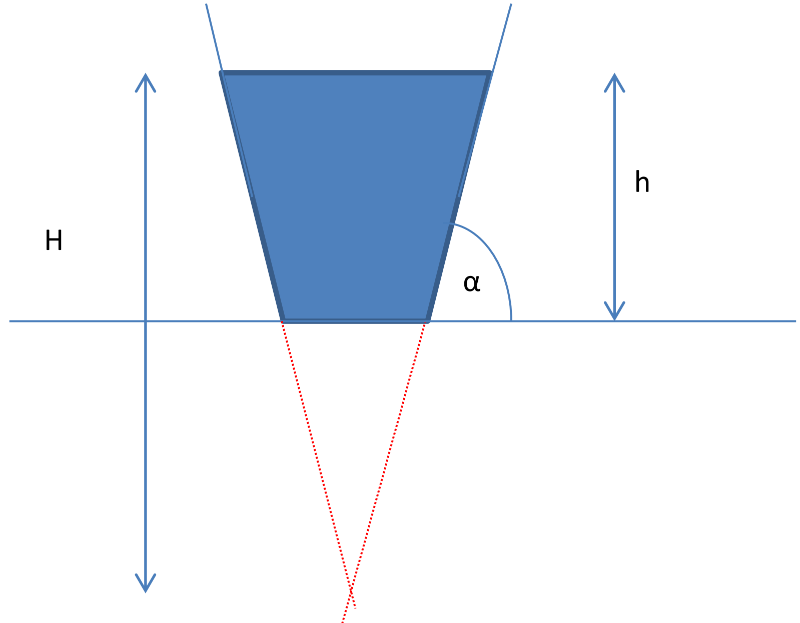
$$V = \frac{1}{3}SH - \frac{1}{3}S_1\sqrt{\frac{S_1}{\pi}}tg(\alpha) = \frac{\frac{1}{3}S}{\sqrt{\pi}}\sqrt{S}\,tg(\alpha) - \frac{\frac{1}{3}S_1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{S_1}tg(\alpha) \qquad \frac{3V\sqrt{\pi}}{tg(\alpha)} = S^{\frac{3}{2}} - S_1^{\frac{3}{2}}$$

$$\left(\sqrt{S} - \frac{h\sqrt{\pi}}{tg(\alpha)}\right)^3 = S^{\frac{3}{2}} - \frac{3m\sqrt{\pi}}{d_w\, tg(\alpha)} \qquad [\sqrt{S} - \left(S^{\frac{3}{2}} - \frac{3m\sqrt{\pi}}{d_w\, tg(\alpha)}\right)^{\frac{1}{3}}]\,\frac{tg(\alpha)}{\sqrt{\pi}} = h$$

$$h = 5{,}69\ cm \qquad P = d_w\, g\, hS = 8{,}535N$$

Zad.14 Do naczynia w kształcie odwróconego stożka ściętego wlano wodę o masie m=5kg. Znaleźć wypadkową siłę, jaką ścianki naczynia działają na ciecz. Kąt nachylenia ścianki bocznej naczynia do podłoża wynosi α = 60° a pole dna S=100cm².





Składowe poziome siły F wyzerują się, zostanie jedynie składowa F_w

$$mg = P + F_w$$

P siła równa sile parcia na dno naczynia

$$P = S\, d_w g h$$

$$V_w = \frac{1}{3} S_1 H - \frac{1}{3} S(H-h) \qquad tg(\alpha) = \frac{H-h}{\sqrt{S/\pi}} \qquad tg(\alpha) = \frac{H}{\sqrt{S_1/\pi}}$$

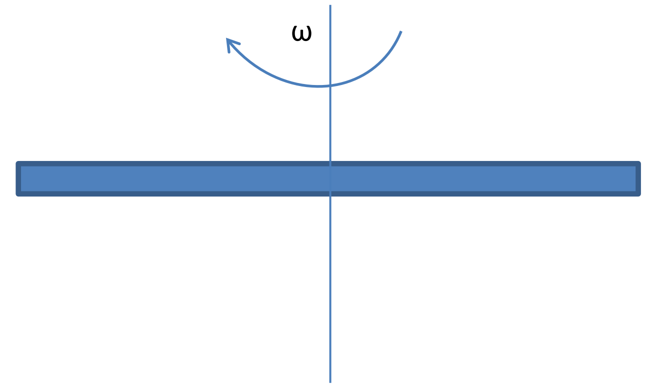
$$V_w = \frac{tg(\alpha)}{3\sqrt{\pi}} (S_1^{3/2} - S^{\frac{3}{2}}) \qquad \sqrt{S_1} = \sqrt{S} + \frac{h\sqrt{\pi}}{tg(\alpha)}$$

$$\left(\frac{m\, 3\sqrt{\pi}}{d_w\, tg(\alpha)} + S^{\frac{3}{2}}\right)^{1/3} = \sqrt{S_1} \qquad \text{h} = \frac{tg(\alpha)}{\sqrt{\pi}} \left[\left(\frac{m\, 3\sqrt{\pi}}{d_w\, tg(\alpha)} + S^{\frac{3}{2}}\right)^{1/3} - \sqrt{S}\,\right]$$

$$h = 15{,}03\ cm \qquad P = 15{,}03 N \qquad F_w = mg - P = 34{,}97 N$$

Zad.15 Rurka o polu przekroju S=2cm2 i długości l=40cm wypełniona całkowicie wodą i zamknięta obraca się z prędkością kątową ω=2 s-1 wokół osi przechodzącej przez środek rurki (rys 12a). Znaleźć siłę działającą na powierzchnię zamykające rurkę.

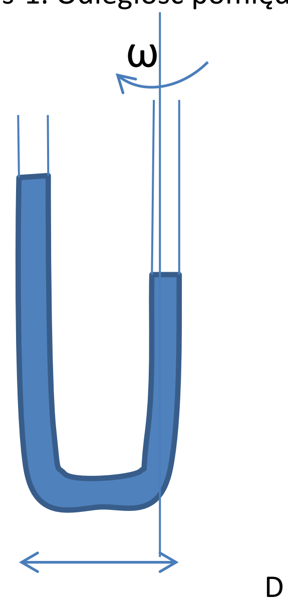
$$dm = S\,dx\,d_w$$



$$dF = dm\,\omega^2\,x$$

$$F = \int_0^{\frac{l}{2}} dF = S\,d_w\,\omega^2 \int_0^{\frac{l}{2}} x\,dx = S\,d_w\,\omega^2 \frac{l^2}{8} = 8\mathrm{mN}$$

Zad.16 Naczynie w kształcie u-rurki obraca się względem jednego ramienia z prędkością kątową ω=2 s-1. Odległość pomiędzy ramionami wynosi D=0.5m. Znaleźć różnicę poziomów wody w obu ramionach u-rurki.



D

Korzystając z wyników zadania 15, siła ciężkości dodatkowej masy w ramieniu obracającym, musi zrównoważyć siłę odśrodkową działającą na ciecz w poziomym kawałku u-rurki, tj.

$$S\,h\,d_w\,g = S\,d_w\omega^2\,\frac{D^2}{2}$$

$$h = \omega^2\,\frac{D^2}{2g} = 5cm$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadania z Hydrostatyki i hydrodynamiki do samodzielnego rozwiązania

1. Jednorodny prostopadłościenny klocek o wysokości H jest zanurzony w wodzie do poziomu 2/3 H. Wskazać punkt, w którym należy przyłożyć siłę wyporu. Jaka jest gęstość materiału d, z którego wykonany jest klocek? Odp. (1/6)H poniżej środka ciężkości. $d=(2/3)d_w$.

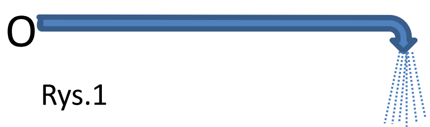
2. Barka wykonana z drewna o gęstości $d=600\ kg/m^3$ ma kształt prostopadłościanu o polu powierzchni $S=10m^2$ i wysokości h=40 cm. Jaką maksymalną masę towaru można przewozić tą barką? Odp. $m_x= (d_w-d)Sh = 1600$ kg.

3. Zbroja wykonana z brązu waży Q=300 N. Zważona w wodzie waży Q_w = 285 N. Jaki jest skład procentowy miedzi cyny w tej zbroji, jeżeli d_{Cu}= 8.96 g/cm^3 a d_{Sn}= 7.3 g/cm^3 . Odp. $X_{Sn}= [(d_{Cu}/d_w)\ (1- Q_w/Q)\ -1]/[(d_{Cu}/d_{Sn})-1] = 0,134$, $X_{cu} = 1 – X_{Sn} = 0,866$

4. Jednorodny sześcian o boku a = 10cm pływa zanurzony do połowy w wodzie. Jaką pracę należy wykonać aby wciągnąć go całkowicie z wody? Odp. $W = (1/8)\ a^4 g\ d_w = 1.25$ J.

5. Ciśnienie wody w sieci miejskiej wynosi ok. p =4 atmosfery. Obliczyć z jaką maksymalną prędkością v wypływałaby woda z kranu o polu przekroju poprzecznego s =2 cm^2 znajdującego się na piątym piętrze przy założeniu, że woda jest cieczą nieściśliwą i nielepką. Przyjąć wysokość pojedyńczego piętra h= 3m? Odp. $v^2 = 2\ (p – p_0 – d_w\ g\ 5h)/d_w$, v = 17.3 m/s

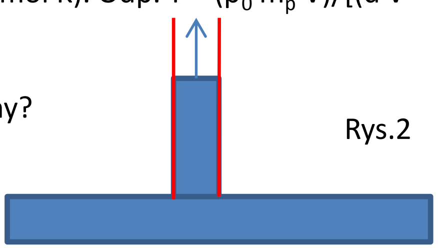
6. Woda wypływa przez poziomy kran o długości l=20 cm z szybkością x = 10 kg/min. Pole przekroju kranu wynosi $S=2cm^2$. Jaki moment siły działa na wodę od ścianek kranu względem punktu O (rys.1). Odp. $M_F = (lx^2)/(d_w P) = 0,028$ Nm .



Rys.1

7. Do jakiej temperatury należy podgrzać powietrze w balonie o objętości $V=250\ m^3$, aby w warunkach normalnych uniósł się w górę, jeżeliu jego masa wraz z załadunkiem wynosi M = 200 kg. Przyjąć ciśnienie w warunkach normalnych $p_0=10^5\ N/m^2$, gęstość powietrza w warunkach normalnych d = 1,29 kg/m^3 , masa jednego mola powietrza m_p = 28,67 g/mol. Stała gazowa R = 8,314 J/(mol K). Odp. $T = (p_0\ m_p\ V)/[(d\ V – M)\ R]$ = 703.8 K .

8. Chcemy zassać tłokiem przez rurkę o przekroju S wodę na wysokość H (Rys.2). Jaką pracę W wykonamy? Jaką średnią siłą należy działać na tłok w czasie zasysania? Odp. $W = (1/4)\ S\ d_w\ g\ H^2$. $F_{śr} = H\ S\ g\ d_w$.

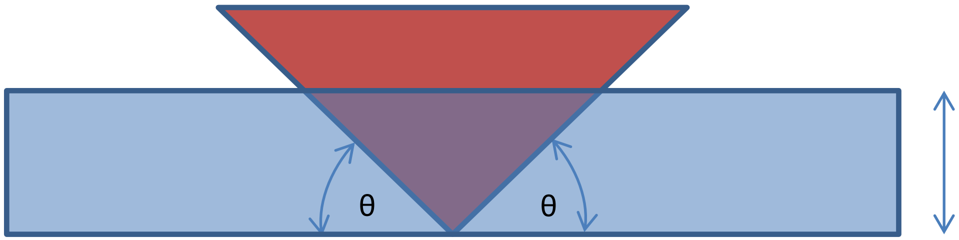


Rys.2

9. Kulka o masie m = 25g i promieniu r=2cm wpadła do wody z prędkością początkową v_0 = 10 m/s. Przyjmując lepkość wody η = 0.01 kg/(m s), oblicz czas ruchu piłeczki do momentu zatrzymania. $t_x = (m/b) \ln [1 + (v0\ b)/(m\ w)] = 2.43$ s , gdzie $b = 6 \pi r \eta$, zaś $w = g [1 – (d_w/m)(4/3) \pi r^3]$. Wskazówka. Siłę oporu wody działającą na kulkę przyjąć jako: $F_{op} = 6 \pi r \eta v$, v – prędkość kulki.

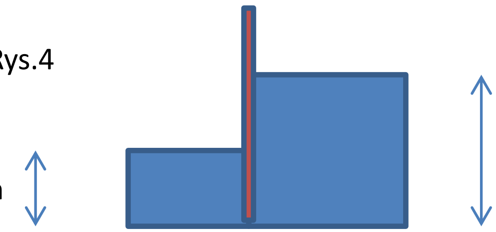
10. W wodzie zanurzono klin do głębokości H = 3 m, tak jak na rys.3. Znając kąt θ = 45^0 , obliczyć siłę wywieraną przez wodę na jedną ściankę trójkątną klina. Odp. $F = (H^2 /2)[p_0 + d_w g H /3] = 4.95\ 10^5$ N.

Rys.3



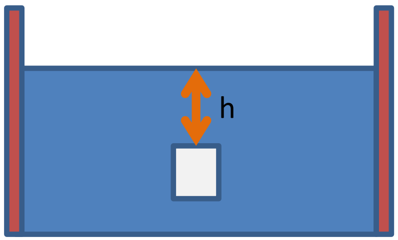
11. Tama o szerokości w = 5m spiętrza wodę tak jak na rys.4. Wysokość słupa wody przed tamą wynosi H = 2m a za tamą 1m. Jaka wartość siły działa na tamę. Odp. $F = (½)\ d_w\ g\ w\ (H^2 – h^2) = 75$ kN .

Rys.4



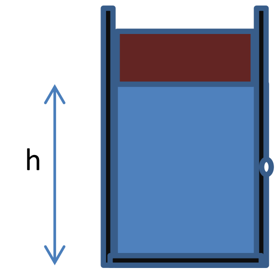
12. W bocznej ściance akwarium na głębokości h = 10cm poniżej poziomu wody znajduje się kwadratowe okienko o boku a=3 cm, jak na rys.5. Znaleźć wypadkową siłę wywieraną na to okienko. Odp. F = dw g a2 [h+(a/2)] = 1.035 N .

Rys.5



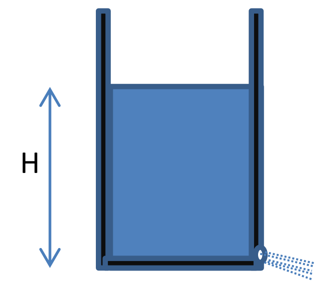
13. Naczynie cylindryczne o polu przekroju P = 1000 cm^2 napełnione jest wodą do wysokości h=20 cm. Powierzchnię wody obciążamy tłokiem o masie m = 2 kg (rys.6). Jaka będzie początkowa prędkość wypływu wody przez mały otwór o polu przekroju s=0.5 cm^2, zrobiony w naczyniu, w połowie słupa wody. Odp. $V^2 = gh + 2mg/(d_w P)$, v = 1.18 m/s .

Rys.6



14. W naczyniu cylindrycznym o polu przekroju S_1 = 100 cm^2 wypełnionym do wysokości H = 20 cm wodą zrobio na poziomie dna mały otwór o polu przekroju Sout = 1 cm^2 (rys.7). Znaleźć czas, po którym cała woda wypłynie z naczynia.
Odp. t_x^2 = (2H/g)[(S12/Sout2) - 1], tx = 20s .

Rys.7



15. Jednorodny sześcian o masie m=200g pływający w wodzie i zanurzony do połowy wychylono z położenia równowagi o mały kąt α = 5^0. Czy drgania tego sześcianu można traktować jako harmoniczne. Znaleźć częstość drgań tego sześcianu w przybliżeniu drgań harmonicznych.
Odp.

$$\omega^2 = \frac{g}{a}\frac{\sqrt{1+(\tan\alpha)^2}}{1+\frac{1}{6}(1+(\tan\alpha)^2)} \approx \frac{6g}{7a} \qquad \omega \approx 3\frac{1}{s}$$

Uwaga: We wszystkich zadaniach do obliczeń przyjęto g=10 m/s ^{2} a gęstość wody jako d_w=1000 kg/m^3